

Mikroskopische Simulation optisch gepumpter Halbleiterscheibenlaser

Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

dem Fachbereich Physik
der Philipps-Universität Marburg
vorgelegt

von

Eckhard Kühn

aus Bad Harzburg

Marburg(Lahn), 2009

Vom Fachbereich Physik der Philipps-Universität Marburg
als Dissertation angenommen am 10.06.2009

Erstgutachter: Prof. Dr. S.W. Koch
Zweitgutachter: PD Dr. habil. W. Stolz

Tag der mündlichen Prüfung: 23.06.2009

„Mehr Licht!“

J.W.v. Goethe

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Mikroskopische Beschreibung der Lasereigenschaften	5
2.1. Materialsysteme	5
2.2. Hamilton-Operator in 2. Quantisierung	7
2.3. Multiband-Halbleiter-Bloch-Gleichungen	8
2.4. Vielteilchenkorrelationen	11
2.4.1. Polarisationsdephasierung	12
2.4.2. Abschirmung	13
2.4.3. Ladungsträgerstreuung	14
2.4.4. Ladungsträgerverluste	16
2.5. Ankopplung an das elektrische Feld	17
2.5.1. Monomodales Laserfeld	17
2.5.2. Multimodales Laserfeld	18
2.5.3. Superposition von Pump- und Laserfeld	18
2.5.4. Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen	19
2.6. Spontane Emission	20
3. Optische Eigenschaften und Leistungscharakteristik von VECSELn	21
3.1. VECSEL - Aufbau und optische Eigenschaften	26
3.1.1. Optische Eigenschaften	27
3.1.2. Ladungsträgerverluste	30
3.2. Nichtgleichgewicht bei optischer Anregung	31
3.2.1. Quantenfilm-Pumpen	34
3.2.2. Barriere-Pumpen	42
3.3. Einfluss des Resonators auf die VECSEL-Charakteristik im thermischen Gleichgewicht	46
3.3.1. VECSEL-Resonatoreigenschaften und Kopplung an das aktive Material	46
3.3.2. Temperatureinflüsse auf den Resonator und das aktive Material . .	52
3.3.3. Ratengleichungsmodell	53
3.3.4. Simulationen	55
3.3.5. Thermisches Überrollen	63

4. Anregungskontrollierte Kurzzeitdynamik in einem VCSEL-System	83
4.1. Modell - System	84
4.2. Experiment	85
4.3. Mathematische Definition des quadratischen Chirp	87
4.4. Resonatoreigenschaften	88
4.5. Elektronische und optische Eigenschaften des aktiven Materials	92
4.5.1. Quantenfilmmaterial	92
4.5.2. Barriere	94
4.6. Anregungsinduziertes Dephasieren - Simulation der experimentellen Beobachtungen	95
5. Zusammenfassung und Ausblick	105
A. Herleitung der vereinfachten Multisubband Halbleiterbloch Gleichungen	109
B. Bestimmung der Gleichgewichtsladungsträgerfunktionen	114
C. Umsetzung als Programm MSBE	116
C.1. Programmstruktur	116
C.2. Ablaufdiagramm	126
C.3. Start MSBE.exe	127
C.4. Input.ini	127
C.5. Ausgaben	141
Literaturverzeichnis	145

1. Einleitung

Als im Mai 1960 der amerikanische Physiker Theodore Maiman den ersten funktionsfähigen Laser vorstellte [1], galt seine Entdeckung als „Lösung, die ein Problem sucht“. Eine viel größere Fehleinschätzung in der Wissenschaftsgeschichte ist im Nachhinein kaum vorstellbar, umfasst das heutige Anwendungsfeld von Lasern doch einen multi-Milliarden Dollar Markt [2, 3], der von industrieller Materialbearbeitung, über Messsensorik und Medizintechnik, bis hin zu privater Unterhaltungstechnik auf viele Bereiche des modernen Lebens prägenden Einfluss hat.

So vielfältig die heutigen Anwendungsgebiete auch sind, so bleibt doch das grundlegende Funktionsprinzip eines Lasers in allen Bauformen seit Maiman gleich, und wird bereits mit dem Akronym LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) beschrieben: Licht, das durch ein geeignetes, verstärkendes Medium läuft, stimuliert dieses Medium dahingehend, selbst Licht auszustrahlen, ohne dass das anregende Licht absorbiert werden würde. Das emittierte Licht hat dann dieselbe Energie, Phasenlage und Ausbreitungsrichtung wie das ursprüngliche, anregende Licht und verstärkt somit nicht nur dessen Intensität, sondern übernimmt auch die restlichen oben genannten Eigenschaften. Daher ist Laserlicht monochromatisch, weist im Idealfall keine Divergenz des Laserstrahls auf und besitzt eine große Kohärenzlänge, also Phasengleichklang des emittierten elektromagnetischen Feldes über einen langen Zeitraum hinweg.

Wesentlicher Grundbaustein, ist also das aktive, verstärkende Medium. Theodore Maiman nutzte einen Rubinkristall, den er mit einer Hochleistungsblitzlichtlampe soweit anregte, dass eine Besetzungsinversion zwischen zwei Zuständen mit optisch erlaubtem Übergang vorhanden war. Bei einer Besetzungsinversion sind, beispielsweise in einem atomaren System, mehr Ladungsträger in einem energetisch höheren Zustand als in einem niedrigeren. Bereits Einstein erkannte 1917 [4], dass nun eine Umkehrung der Absorption zu erwarten sei, Licht also nicht absorbiert und dafür die Energie eines Elektrons um den Betrag der absorbierten Photonenenergie erhöht wird, sondern stimuliert emittiert wird, wobei ein Elektron eben jene Energie an das neu entstandene Photon abgibt. Die Energie, die zur Verstärkung des Laserlichtes benötigt wird, muss also vorher in das elektronische System gebracht werden, zum Beispiel durch optische Anregung wie bei Mainmans Laser.

Heutzutage gibt es eine große Bandbreite von Materialien, in denen optische Verstärkung nachgewiesen werden konnte. Dies geht von Festkörpern über Gase bis hin zu Flüssigkeiten, die auf die unterschiedlichsten Arten optisch, elektrisch oder chemisch angeregt werden können.

Wir untersuchen in dieser Arbeit Laser, die als aktives, verstärkendes Medium Halbleiter einsetzen und durch einen Pump laser optisch angeregt werden.

Parallel zur rasanten Entwicklung der elektrischen Anwendungen für Halbleiter, ange-

fangen beim ersten funktionierenden Halbleitertransistor 1947 bis zu heutigen integrierten Microchips mit Milliarden Schaltelementen, hat sich auch das Verständnis und die Anwendungsgebiete der optischen Eigenschaften von Halbleitern seit der ersten Lichtemission im Jahr 1907 [5] bis heute massiv vergrößert. Die ersten Halbleiterlaser entstanden 1962 bereits kurz nachdem Galliumarsenid als Halbleitermaterial mit direkter Bandkante in den Fokus der Forschung geriet [6, 7, 8, 9]. Waren diese Laser zunächst nur unter tiefen Temperaturen und gepulst betreibbar, so bereitete der Vorschlag Heterostrukturen [10] zu verwenden und die fortschreitende Entwicklung der Epitaxie die Basis für die Realisierung des ersten Dauerstrich-Halbleiterdiodenlaser bei Zimmertemperatur [11].

Die Vorteile von Halbleitermaterialien als Verstärkermedium eines Lasers gegenüber anderen Medien sind enorm: neben den häufig kleinen Bauteilabmessungen sind die hohe Konversionseffizienz der eingebrachten Leistung in Laserleistung und die Möglichkeit, gezielt die Emissionswellenlänge durch Variation der elementaren Komposition des Halbleiterkristalls, dem sogenannten Band-Gap-Engineering, zu verändern, ausschlaggebend für den Erfolg halbleiterbasierter Laser.

Möglich war und wird der Fortgang dieser Entwicklung nur durch tieferes Verständnis der physikalischen Vorgänge in einem Halbleiter und daraus aufgebauten Lasern. Dabei lässt sich nicht nur etwas über Halbleiterbauelemente lernen, sondern über Physik im Allgemeinen, insbesondere der Wechselwirkung von Licht und Materie und den Eigenschaften von Vielteilchensystemen, wie sie ein Halbleiterkristall darstellt.

Die hier vorgestellte Arbeit befasst sich mit der Modellierung optisch gepumpter Halbleiterscheibenlaser, die eine spezielle Bauform von Halbleiterlasern darstellen. Dabei ist das verstärkende Halbleitermaterial in einem scheibenförmigen Halbleiterkristall angeordnet, und emittiert (bzw. verstärkt) das Laserlicht senkrecht zur Scheibenebene. Durch dieses Design kann die Laserleistung wie bei Festkörperscheibenlasern durch Hochskalieren der Fläche der aktiven Zone (beispielsweise durch eine Vergrößerung des optisch gepumpten Areal) gesteigert werden. Daraus ergeben sich wiederum neue, häufig im Bereich von Hochleistungslasersystemen angesiedelte, Anwendungsmöglichkeiten. Im Rahmen dieser Arbeit soll insbesondere die Leistungscharakteristik und Emissionsdynamik solcher Halbleiterscheibenlaser untersucht werden.

Das grundlegende Funktionsprinzip optisch gepumpter Halbleiterlaser ist im Schema (1.1), veranschaulicht. Elektronen werden dabei zunächst durch einen, von einem externen Pump laser erzeugten und auf den Laser fokussierten, Pumpstrahl aus dem Valenzband in das Leitungsband angehoben. Dabei muss die Energiedifferenz zwischen den beiden Bändern am Wellenvektor k , an dem der Übergang stattfindet, genau der Pumpenergie $\hbar\omega_{\text{pump}}$ entsprechen. Die Elektronen relaxieren dann durch Streuung untereinander und durch Streuung mit dem Kristallgitter zu kleineren Energien, und sammeln sich im Bereich der Bandkante. Wenn die Pumpleistung ausreichend ist, bildet sich eine Ladungsträgerinversion an der Bandkante, und stimulierte Rekombination der Ladungsträger und damit optischer Gewinn wird möglich.

In einer mikroskopischen Modellbildung, die den Anspruch hat die optischen Eigenschaften des Lasers auf fundamentale physikalische Prinzipien zurückzuführen, muss daher neben der Berücksichtigung des elektromagnetischen Feldes und seiner Ankopplung

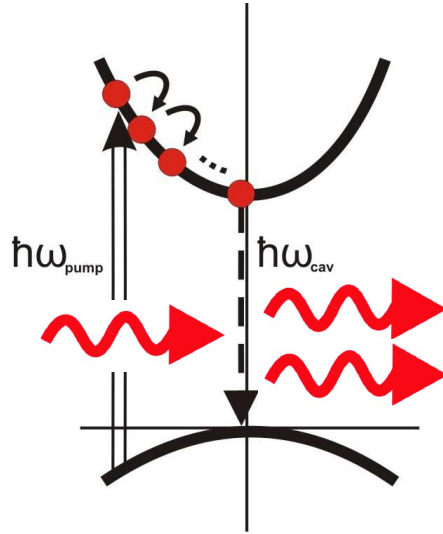


Abbildung 1.1.: Schematische Darstellung des optischen Pump- und stimulierten Relaxationsprozesses in einem Halbleiterlasermedium. Ladungsträger werden durch den Pump laser bei Energien $\hbar\omega_{\text{pump}}$ erzeugt, streuen dann mittels der Coulomb-Wechselwirkung zu niedrigeren Wellenvektoren und können dann, Ladungsträgerinversion vorausgesetzt, an der Bandkante stimuliert rekombinieren.

an das elektronische System der Ladungsträger, das dynamische Verhalten ebenjener Ladungsträger und insbesondere die Streuprozesse der Ladungsträger Berücksichtigung finden.

Zunächst stellen wir eine mikroskopische Theorie vor, die in der Lage ist, optisch gepumpte Halbleiterscheibenlaser dynamisch zu beschreiben. Wir verwenden dafür die Maxell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen in Hartree-Fock-Näherung, wobei Mehrteilchenkorrelationen, insbesondere Streuprozesse, durch phänomenologische Modelle implementiert werden.

In Kapitel 3 stellen wir das Bauprinzip eines VECSELs (Vertical-External-Cavity Surface-Emitting-Laser) vor, und untersuchen dann mit der Theorie aus Kapitel 2 die Auswirkungen des Nichtgleichgewichts der Ladungsträgerverteilungen unter stationären Anregungsbedingungen auf die Leistungscharakteristik eines solchen Lasers. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels analysieren wir mit Hilfe eines Ratengleichungsmodells den Einfluss des Resonators auf die Charakteristik des Halbleiterscheibenlasers, wobei das Aufheizen des aktiven VECSEL Spiegels mitberücksichtigt wird. Zentrale Ergebnisse dieses Kapitels betreffen die Auswirkungen einer Antireflexionsbeschichtung auf dem aktiven Spiegel auf die stationäre Leistungscharakteristik und das dynamische Antwortverhalten unter gepulster Anregung. Die physikalischen Ursachen des thermischen Überrollens, das die erreichbare Ausgangsleistung in Hochleistungs-VECSELN limitiert, werden in Kapitel 3.3.5 untersucht.

Kapitel 4 befasst sich mit der Simulation und physikalischen Erklärung des dynamischen Antwortverhaltens eines VCSELs (Vertical-Cavity Surface-Emitting-Laser) unter bestimm-

ten, kohärent kontrollierten Anregungsbedingungen. Auch hier wird sich die Ladungsträgerdynamik als essenziell für das Verständnis der experimentell beobachteten Laseremission herausstellen und damit die Notwendigkeit einer mikroskopischen Theorie wie der verwendeten zur Beschreibung solcher Systeme unterstreichen.

2. Mikroskopische Beschreibung der Lasereigenschaften

Das Funktionsprinzip eines Lasers beruht auf der Kopplung zwischen Licht und verstärkendem Medium. Eine mikroskopische Beschreibung von Lasersystemen muss also das elektromagnetische Feld, die Eigenschaften des aktiven Materials und insbesondere die Wechselwirkung von Licht und Materie beinhalten.

Da es sich bei Laserlicht um kohärente Strahlung handelt, wird es durch die klassischen Maxwell-Gleichungen adäquat beschrieben. Die Propagation des elektrischen Feldes $E(z, t)$ in z -Richtung durch ein polarisierbares Medium wird von der Wellengleichung im SI-Einheitensystem

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{n_B(z)^2}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] E(z, t) = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(z, t), \quad (2.1)$$

mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 und der magnetischen Feldkonstante μ_0 beschrieben. Gleichung (2.1) folgt direkt aus den Maxwell-Gleichungen in Coulomb-Eichung und für verschwindende Ladungsdichte ρ . Die linke Seite der Wellengleichung beinhaltet dabei die Propagation und den passiven Einfluss des Materials, beschrieben durch den lokalen Hintergrundbrechungsindex $n(z)$. Die rechte Seite der Gleichung berücksichtigt die Polarisation $P(z, t)$, also die selbstkonsistente Antwort des Materials auf das elektrische Feld $E(z, t)$, und beeinflusst so die Propagation ebenjener Feldes. Unter geeigneten Bedingungen kann diese Materialantwort absorbierend oder auch verstärkend auf das elektrische Feld wirken. Um einen Laser beschreiben zu können, müssen wir wie eingangs angedeutet neben der korrekten Beschreibung des elektrischen Feldes auch die elektronischen Eigenschaften des aktiven Materials, insbesondere die der Polarisation, in der Theorie berücksichtigen.

Die entsprechende Wellengleichung für das magnetische Feld vernachlässigen wir, da bei optischen Frequenzen auftretende Wechselwirkungen zwischen Halbleiter und magnetischem Feld klein sind, d.h. $\mu = 1$ für die magnetische Permeabilität gilt.

2.1. Materialsysteme

Die in dieser Arbeit untersuchten Systeme bestehen aus binären oder auch höheren Verbindungshalbleitern, die kristalline Festkörper bilden können, welche durch ein dreidimensionales periodisches Gitter, bestehend aus elementaren Einheitszellen, beschrieben werden. Die Bindung zwischen den konstituierenden Atomen wird durch die delokalisierten Valenzelektronen vermittelt. Aufgrund der geringen Masse der Valenzelektronen gegenüber

der Masse der verbleibenden Rumpffionen, also der Atomkerne einschließlich der Elektronen der tieferliegenden, nicht an der Bindung beteiligten Schalen, kann die Bewegung von Elektronen und Ionen voneinander getrennt werden (Born-Oppenheimer Näherung). Durch die starke Bindung der Rumpfelektronen an den Kern haben diese keine Resonanzen bei optischen Frequenzen, die inneren Freiheitsgrade des Ions erlauben jedoch eine Polarisaton desselben und tragen daher zur Gesamtpolarisation des Systems bei. Beschrieben wird dieses durch die relative Permittivität ϵ_r . Für die verbleibenden Valenzelektronen begrenzt sich der Einfluss der Ionen auf ein von ihnen geformtes gitterperiodisches Potential, in dem sich die Valenzelektronen delokalisiert bewegen.

Wenn die laterale Ausdehnung des Kristalls groß ist, sind die Eigenfunktionen der zeitunabhängigen Schrödingergleichung von Elektronen im periodischen Potential der Ionen (Bloch-Theorem)

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (2.2)$$

mit gitterperiodischen Bloch-Funktionen $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{R})$, wobei \mathbf{R} der Verschiebungsvektor zwischen zwei Einheitszellen und V das Quantisierungsvolumen sind. Das heißt also, dass die gitterperiodischen Eigenfunktionen der Valenzelektronen durch das Produkt einer ebenen Welle mit Wellenzahl \mathbf{k} und einer gitterperiodischen Funktion $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ beschrieben werden können. Die in realen Systemen auftretende endliche Ausdehnung l des Kristalls erzwingt nun eine Diskretisierung der Wellenzahlen \mathbf{k} auf $dk = 2\pi/l$, wobei die \mathbf{k} -Werte auf die erste Brillouinzone beschränkt werden können. Die Lösung des Eigenwertproblems für festen Wellenvektor \mathbf{k} führt dann auf diskrete Eigenwerte $\epsilon_{\lambda}(\mathbf{k})$ und die Bildung von Energiebändern, die durch die zweite Quantenzahl λ , den Bandindex, gekennzeichnet werden.

Die Bloch-Funktionen und die daraus folgende Dispersionsrelation im Bereich von $\mathbf{k} = 0$ können mit Hilfe von Materialparametern (Luttinger-Parameter) unter Verwendung einer $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ Störungstheorie [12, 13] bestimmt werden.

Ergibt sich aus diesen Dispersionsrelationen eine energetische Lücke zwischen einem vollbesetzten Valenzband und einem unbesetzten Leitungsband, sprechen wir von einem Halbleiter. Im Folgenden wollen wir uns auf diesen Fall beschränken. Dadurch, dass im Grundzustand alle Valenzbandzustände gefüllt und die Leitungsbandzustände leer sind, sind Anregungen mit Energien kleiner als die um die exzitronische 1s-Bindungsenergie verminderte fundamentale Bandlückenenergie nicht möglich. Regt man das System jedoch mit entsprechend hoher Energie an, können Elektronen aus dem obersten Valenzband in das unterste Leitungsband übergehen. Außerdem hat das angehobene Elektron seinen Platz im Valenzband frei gemacht, der nun selbst zum Endzustand einer Anregung eines anderen Elektrons aus dem Valenzband werden kann, wobei schlussendlich der freie Platz, das sogenannte „Loch“, „wandert“. In beiden Fällen spricht man von Ladungsträgern.

Heterostrukturen

Ladungsträger in einem Volumenhalbleiter können sich in allen drei Raumdimensionen frei bewegen. Dies kann sich ändern, wenn die Translationsinvarianz, die ja Grundlage für

das Bloch-Theorem ist, in einer oder mehr Raumdimensionen nicht mehr vorhanden ist. In einer solchen Halbleiterheterostruktur werden verschiedene Halbleitermaterialien mit insbesondere unterschiedlichen Bandlücken räumlich benachbart. Ladungsträger im Material der niedrigeren Bandlücke können nun nicht mehr ohne weiteres in den Raumbereich des Materials der höheren Bandlücke eintreten. Bettet man einen Halbleiter niedriger Bandlücke in einer Dimension zwischen zwei Bereiche mit Halbleitern hoher Bandlücke, wird die Ladungsträgerbewegung in eben jener Dimension auf den Bereich eingeschränkt, der von dem ersten Halbleiter ausgefüllt ist. Ist die Schicht dieses Halbleiters hinreichend dünn (im Bereich der de Broglie-Wellenlänge oder kleiner), ist die Bewegung der Ladungsträger in dieser Dimension unterbunden und somit auf die verbleibenden Dimensionen beschränkt. Diese Art von Einschluss (engl. *confinement*) kann man in einer, zwei und auch in allen drei Raumdimensionen realisieren, und nennt das System dann entsprechend einen Quantenfilm, Quantendraht oder Quantenpunkt.

In dieser Arbeit beschäftigen wir uns mit eindimensional beschränkten Systemen, also Quantenfilmen (engl. *quantum well*, *QW*), bei denen sich ein Material niedriger Bandlücke zwischen Bereichen eines oder mehrerer Materialien höherer Bandlücke befindet. Neben der freien Bewegung in der Filmebene spüren die Ladungsträger in Quantisierungsrichtung, die häufig auch die Wachstumsrichtung beim Herstellungsprozess ist, das von den umgebenden Schichten vermittelte Potential. Die Form dieses Potentials kann als kastenförmig angenommen werden, womit sich für die Bewegung in Quantisierungsrichtung (z -Richtung) ein quantenmechanisches Teilchen-im-Kasten-Problem ergibt. Dieses führt zur Aufspaltung der Energieeigenwerte, der Volumenbänder, in so genannte Unterbänder (engl. *subbands*). Die gitterperiodischen Wellenfunktionen verändern sich dann zu

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{L} \zeta_n(z) e^{ik_x r_x + k_y r_y} u_{\mathbf{k},\lambda}(\mathbf{r}) \quad (2.3)$$

mit der elektronischen Confinement-Funktion $\zeta_n(z)$ zur Subbandquantenzahl n und den Wellenvektoren in x und y -Richtung, k_x und k_y .

2.2. Hamilton-Operator in 2. Quantisierung

Die elektronischen Eigenschaften des betrachteten Modellsystems sollen von der Hamilton-Funktion

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{kin} + \mathcal{H}_{Coul} + \mathcal{H}_{dip}, \quad (2.4)$$

beschrieben sein. Dabei repräsentieren die verschiedenen Terme die kinetische Einteilchenenergie der Ladungsträger \mathcal{H}_{kin} , die Wechselwirkung zwischen Ladungsträgern durch die Coulomb-Wechselwirkung \mathcal{H}_{Coul} und die Wechselwirkung mit einem klassischen Lichtfeld über die Dipolwechselwirkung \mathcal{H}_{dip} . In zweiter Quantisierung können die einzelnen Bestandteile des System-Hamiltonians durch Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren $a_{\lambda,\mu,\mathbf{k}}^\dagger$ und $a_{\lambda,\mu,\mathbf{k}}$ für Bloch-Elektronen im Band λ , Subband μ und mit zweidimensionalen Wel-

lenvektor $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, der implizit noch den Teilchenspin beinhalten soll, ausgedrückt werden. Damit ergibt sich für die einzelnen Teile von \mathcal{H} [14]

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{kin} &= \sum_{i,\mu} \epsilon_{i,\mu,\mathbf{k}} a_{i,\mu,\mathbf{k}}^\dagger a_{i,\mu,\mathbf{k}} \\ \mathcal{H}_{Coul} &= - \sum_{i,j,\mu,\mu',\nu,\nu',\mathbf{k} \neq \mathbf{q}} V_{i,\mu,j,\nu;j,\nu';i,\mu'}(\mathbf{q}) [\rho_{j,\nu';i,\mu}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) - \delta_{j,\nu} \delta_{i,\nu} \delta_{\nu',\mu}] a_{j,\nu,\mathbf{k}}^\dagger a_{i,\mu',\mathbf{k}} \\ \mathcal{H}_{dip} &= -E(t) \sum d_{i,\mu;j,\nu}(\mathbf{k}) a_{i,\mu,\mathbf{k}}^\dagger a_{j,\nu,\mathbf{k}},\end{aligned}\quad (2.5)$$

mit den Bandindizes i, j , den Subbandindizes μ, ν und der Einteilchendichtematrix

$$\rho_{i,\mu;j,\nu}(\mathbf{k}, t) = \langle a_{j,\nu,\mathbf{k}}^\dagger(t) a_{i,\mu,\mathbf{k}}(t) \rangle. \quad (2.6)$$

Die fermionische Natur der Elektronen ist durch die Antikommutationsrelationen der Erzeuger- und Vernichterooperatoren a^\dagger und a

$$[a_{i,\nu,\mathbf{k}}^\dagger, a_{j,\mu,\mathbf{k}'}]_+ = \delta_{i,j} \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \delta_{\nu,\mu} \quad (2.7)$$

und

$$[a_{i,\nu,\mathbf{k}}, a_{j,\mu,\mathbf{k}'}]_+ = 0 = [a_{i,\nu,\mathbf{k}}^\dagger, a_{j,\mu,\mathbf{k}'}^\dagger]_+ \quad (2.8)$$

berücksichtigt.

Das Coulomb-Matrixelement für das quasi-zweidimensionale Quantenfilmsystem ist

$$V_{i,\mu,j,\nu;j,\nu',i,\mu'}(\mathbf{q}) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon_0 L^2} \int dz dz' \zeta_{i,\mu}^*(z) \zeta_{j,\nu}^*(z') \frac{e^{-q|z-z'|}}{q} \zeta_{j,\nu'}(z') \zeta_{i,\mu'}(z) \quad (2.9)$$

mit subbandabhängigen Confinement-Funktionen $\zeta_{i,\nu}(z)$ in Quantisierungsrichtung z , die für senkrechte Potentialwälle dem Teilchen-im-Kasten-Problem entsprechen (siehe dazu z.B.[15]). Die Herleitung des Dipolmatrixelements der Wechselwirkung der eingeschlossenen Ladungsträger mit dem klassischen elektrischen Feld ergibt [14]

$$d_{i,\nu;j,\mu}(\mathbf{r}) = \frac{e\mathbf{r}_{ij}}{V} \int d^3r \zeta_{i,\nu}^*(\mathbf{r}) \zeta_{j,\mu}(\mathbf{r}) + \frac{1}{V} \int d^3r \zeta_{i,\nu}^*(\mathbf{r}) e\mathbf{r} \zeta_{j,\mu}(\mathbf{r}) \delta_{i,j}, \quad (2.10)$$

wobei

$$\zeta_{i,\nu}(\mathbf{r}) = \frac{1}{L} \zeta_{i,\nu}(z) e^{ik_x r_x + k_y r_y} \quad (2.11)$$

die Einhüllende der Wellenfunktion ist.

2.3. Multiband-Halbleiter-Bloch-Gleichungen

Wie am Anfang dieses Kapitels beschrieben, interessieren wir uns für die makroskopische Polarisation $P(z, t)$, die als Quellterm in der Wellengleichung (2.1) auftritt. Die makroskopische Polarisation kann auf die mikroskopische Polarisation $p_{\mathbf{k}}$ mit

$$P = \sum_{\nu,\mu,\mathbf{k}} d_{c,\nu;\nu,\mu}(\mathbf{k}) p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) = \sum_{\nu,\mu,\mathbf{k}} d_{c,\nu;\nu,\mu}(\mathbf{k}) \langle a_{\nu,\nu,\mathbf{k}}^\dagger a_{c,\mu,\mathbf{k}} \rangle \quad (2.12)$$

zurückgeführt werden [14], wobei wir uns auf ein Volumenleitungsband c und ein Valenzband v beschränkt haben und dessen Aufteilung in Leicht-, Schwer- und Splitoffband in den Subbandindex ν verschoben haben. Die mikroskopische Polarisierung stellt also eine Kohärenz zwischen Valenz- und Leitungsband dar, insbesondere zwischen im Leitungsband befindlichen Elektronen und, im räumlich homogenen Fall, zum selben \mathbf{k} gehörenden freien Bloch-Zuständen des Valenzbandes, den so genannten Löchern.

Hierarchie-Problem

Die Bewegungsgleichungen der mikroskopischen Polarisierungen lassen sich nun mit Hilfe des Hamilton-Operators (2.4) und der heisenbergschen Bewegungsgleichung

$$i\hbar \frac{d}{dt} \mathcal{O} = [\mathcal{O}, \mathcal{H}] \quad (2.13)$$

herleiten. Wertet man diesen Ausdruck für einen Einteilchenoperator $\mathcal{O}(1)$, der sich im Fall von Fermionen aus einem Paar von Erzeuger und Vernichter zusammensetzt, aus, so erkennt man schnell, dass die Bewegungsgleichung von $\mathcal{O}(1)$ durch den Coulomb-Hamiltonian \mathcal{H}_{Coul} an Zweiteilchenoperatoren $\mathcal{O}(2)$ gekoppelt wird:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} \mathcal{O}(1) &= [\mathcal{O}(1), \mathcal{H}] \\ &= T\mathcal{O}(1) + V\mathcal{O}(2). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dabei steht T für den kinetischen Anteil und V für den Zweiteilchenwechselwirkungsanteil, also in diesem Fall die Coulomb-Wechselwirkung. Berechnet man nun die Bewegungsgleichung für die neuen Zweiteilchenoperatoren $\mathcal{O}(2)$, erkennt man das so genannte Hierarchieproblem:

$$i\hbar \frac{d}{dt} \mathcal{O}(2) = T\mathcal{O}(2) + V\mathcal{O}(3). \quad (2.15)$$

Der Zweiteilchencharakter der Coulomb-Wechselwirkung koppelt einen n -Teilchen Operator $\mathcal{O}(n)$ an $n + 1$ -Teilchen Operatoren. Diese Hierarchie endet erst, wenn die Gesamtzahl der Teilchen im System, also typischerweise rund 10^{23} Teilchen, erreicht ist. Diese Tatsache macht eine geeignete Abbruchbedingung dieser Hierarchie notwendig. Eine solche Möglichkeit ist die Cluster-Entwicklung [16, 17, 18]. Dabei werden u.A. die Erwartungswerte der Zweiteilchenoperatoren in Gleichung (2.14) als Summe aus allen Permutationen P der Erwartungswerte aus allen möglichen Einteilchenoperatoren (Singlets) $\mathcal{O}(1)$ und dem übrigbleibenden Erwartungswert der echten Zweiteilchenkorrelation $\Delta \langle \mathcal{O}(2) \rangle$ dargestellt,

$$\langle \mathcal{O}(2) \rangle = \text{sign}(P) \sum_P \langle \mathcal{O}(1) \rangle \cdot \langle \mathcal{O}(1) \rangle + \Delta \langle \mathcal{O}(2) \rangle. \quad (2.16)$$

Vernachlässigt man anschließend die echte Zweiteilchenkorrelation (Doublets) $\Delta \langle \mathcal{O}(2) \rangle$, ergibt sich ein zur Hartree-Fock-Näherung der Vielteilchenwellenfunktion äquivalentes Ergebnis.

Bewegungsgleichungen

Die Auswertung der Heisenbergschen Bewegungsgleichung für die mikroskopische Polarisation ergibt auf Singlet-Niveau (siehe Anhang A)

$$i\hbar \frac{d}{dt} p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) = (\varepsilon_{\mu;\mathbf{k}}^e + \varepsilon_{\nu;\mathbf{k}}^h) p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) + (n_{\mu}^e(\mathbf{k}) + n_{\nu}^h(\mathbf{k}) - 1) \Omega_{\nu,\mu,\mathbf{k}} + \left. \frac{\partial}{\partial t} p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) \right|_{corr}. \quad (2.17)$$

Bei der Herleitung treten zwei weitere Einteilchenoperatoren $n_{\mu}^e(\mathbf{k}) = \langle a_{c,\mu,\mathbf{k}}^{\dagger} a_{c,\mu,\mathbf{k}} \rangle$ und $n_{\nu}^h(\mathbf{k}) = 1 - \langle a_{v,\nu,\mathbf{k}}^{\dagger} a_{v,\nu,\mathbf{k}} \rangle$ auf, an die die mikroskopische Polarisation $p_{\nu,\mu}(\mathbf{k})$ koppelt, und für die ebenso Bewegungsgleichungen hergeleitet werden können. Mit Gleichung (2.13) folgt

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} n_{\mu}^e(\mathbf{k}) &= - \sum_{\nu'} [p_{\nu',\mu}^*(\mathbf{k}) \Omega_{\nu',\mu,\mathbf{k}} - p_{\nu',\mu}(\mathbf{k}) \Omega_{\nu',\mu,\mathbf{k}}^*] + \left. \frac{d}{dt} n_{\mu}^e(\mathbf{k}) \right|_{corr} \\ i\hbar \frac{d}{dt} n_{\nu}^h(\mathbf{k}) &= - \sum_{\mu'} [p_{\nu,\mu'}^*(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu',\mathbf{k}} - p_{\nu,\mu'}(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu',\mathbf{k}}^*] + \left. \frac{d}{dt} n_{\nu}^h(\mathbf{k}) \right|_{corr}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Die $n_{\mu}^e(\mathbf{k})$ beschreiben die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zustand mit Wellenvektor \mathbf{k} im Leitungssubband μ von einem Ladungsträger, in diesem Fall also Elektronen, besetzt ist. Analog dazu beschreiben die $n_{\nu}^h(\mathbf{k})$ die Wahrscheinlichkeit, dass keine Elektronen im Valenzsubband ν zu \mathbf{k} zu finden sind. Im Elektron-Loch-Bild bedeutet $n_{\nu}^h(\mathbf{k})$ also die Wahrscheinlichkeit ein Loch beim durch die Quantenzahlen ν und \mathbf{k} bestimmten Zustand vorzufinden. In den Gleichungen (2.17) und (2.18) wurden Energierenormierungen

$$\varepsilon_{\mu;\mathbf{k}}^e = \epsilon_{\mu;\mathbf{k}}^e - \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}} n_{\mu}^e(\mathbf{q}) V_{\mu\mu}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \quad (2.19)$$

und

$$\varepsilon_{\nu;\mathbf{k}}^h = \epsilon_{\nu;\mathbf{k}}^h - \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}} n_{\nu}^h(\mathbf{q}) V_{\nu\nu}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \quad (2.20)$$

der Einteilchendisersionen $\epsilon_{\mu;\mathbf{k}}^e$ und $\epsilon_{\nu;\mathbf{k}}^h$ sowie die renormalisierte Rabi-Frequenz

$$\Omega_{\nu,\mu,\mathbf{k}} = E(t) d_{\mu\nu}(\mathbf{k}) + \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}} p_{\nu,\mu}(\mathbf{q}) V_{\nu\mu}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \quad (2.21)$$

eingeführt. Erstere führen zu einer Reduzierung der Einteilchenenergien mit steigender Ladungsträgerbesetzung, während letztere zu wasserstoffartigen Resonanzen im linearen Absorptionsspektrum, die als Exzitonen bezeichnet werden, führt.

Die makroskopischen Ladungsträgerdichten von Elektronen und Löchern ergeben sich als

$$N^{e,h}(t) = \sum_{\nu,k} n_{\nu}^{e,h}(\mathbf{k}, t). \quad (2.22)$$

In den Gleichungen (2.17) und (2.18) treten noch mit $|_{corr}$ bezeichnete Korrelationsterme auf, die die Kopplung an höhere, also Zweiteilchen-, Dreiteilchen- usw. Korrelationen in

der Cluster-Entwicklung beinhalten. Prinzipiell kann man diese Korrelationen nun nach dem Schema der Cluster-Entwicklung separieren und für die auftretenden echten Mehrteilchenkorrelationen eigene Bewegungsgleichungen herleiten. Diese beinhalten dann physikalische Phänomene wie z.B. Ladungsträgerstreuung oder Polarisationsdephasierung, und in „unendlicher“ Ordnung auch die korrekte Abschirmung der Coulomb-Wechselwirkung der Konstituenten durch Rearrangieren ihrer Ortsposition und damit ihrer eigenen Ladungen.

Auf Singlet- oder Hartree-Fock-Ebene, also unter Vernachlässigung dieser Korrelationen, bilden die Gleichungen (2.17) und (2.18) ein geschlossenes Gleichungssystem, die sogenannten Multiband-Halbleiter-Bloch-Gleichungen in Hartree-Fock-Näherung.

Besonderes Augenmerk soll hierbei auf die Multibandformulierung gelegt werden. Dadurch können optische Übergänge nicht nur zwischen den niedrigsten, wie in der häufig angenommenen Zweibandnäherung, sondern entsprechend der mikroskopischen Dipolübergangswahrscheinlichkeit auch zwischen höheren Bändern beschrieben werden.

Unter Berücksichtigung der Dimensionalität können auch Barrierenbänder und deren elektronische Eigenschaften in einer analogen Multibandformulierung beschrieben werden. Näheres dazu ist in Appendix C beschrieben.

Die lineare Absorption im System ist proportional zum Imaginärteil der Suszeptibilität $\chi(\omega)$ mit

$$\chi(\omega) = \frac{P(\omega)}{E(\omega)}. \quad (2.23)$$

Vielfachquantenfilme

Die untersuchten Halbleitersysteme bestehen im Allgemeinen aus mehreren Quantenfilmen, die sich in einem bestimmten Abstand voneinander befinden. Prinzipiell müssten nun orts aufgelöst für jeden Quantenfilm die mikroskopischen Polarisierungen separat berechnet werden. Da wir jedoch sämtliche Kopplungen zwischen verschiedenen Quantenfilmen vernachlässigen wollen, ergibt sich, unter der weiteren Annahme, dass auch das elektrische Feld $E(z, t)$ an allen Quantenfilmpositionen gleich stark ist, eine vollständige Separation der Polarisierungen, wobei jede einzelne Quantenfilmpolarisation den gleichen Beitrag liefert. Damit ist $P_{ges} = P_{1.QW} \cdot n_{QW}$, mit der makroskopischen Polarisierung am ersten Quantenfilm $P_{1.QW}$.

2.4. Vielteilchenkorrelationen

Wie bereits erwähnt, beinhalten die mit $|_{corr}$ bezeichneten Terme in den Halbleiter-Bloch-Gleichungen (2.17) und (2.18) Korrelationseffekte höherer Teilchenordnung, die physikalische Effekte wie Ladungsträgerstreuung, Polarisationsdephasierung, Abschirmung oder auch Ladungsträgerverlustprozesse (z.B. Auger-Prozesse) beschreiben. Prinzipiell kann man diese Effekte also dadurch in das theoretische Modell einbinden, dass man die Cluster-Entwicklung in die entsprechend notwendigen höheren Ordnungen (bei z.B. Ladungsträgerstreuung bis auf Singlet-Doublet-Level) weiterführt und die Bewegungsgleichungen für die

auftretenden Mehrteilchenkorrelationen zusätzlich zu den Polarisations- und Dichtegleichungen löst.

Andererseits bedeutet diese mikroskopische Beschreibung höherer Teilchenkorrelationen einen gewissen numerischen Aufwand. In zweiter Bornscher Näherung, eine häufig verwendete Approximation für Streuterme (Ladungsträgerstreuung, Polarisationsdephasierung) [19, 14], sind die zu lösenden Differentialgleichungen bei Annahme von räumlicher Isotropie in ihrer Komplexität proportional zu k^3 , auf Singlet-Doublet Niveau bereits proportional zu k^4 . Demgegenüber steht die Komplexität der Halbleiter-Bloch-Gleichungen in Hartree-Fock-Näherung, also unter Vernachlässigung der $|_{corr}$ -Terme, die proportional zu k^2 ist. Neben der geringeren absoluten Anzahl von Termen bei Hartree-Fock reduziert sich der numerische Aufwand pro Gleichung gegenüber der zweiten bornschen Näherung also um k , genaugenommen also um den Faktor N_k des zur numerischen Auswertung auf N_k Stützstellen diskretisierten Wellenvektors. Bei typischen Größen von $N_k = 50$ bis 100 bedeutet dies einen enormen Laufzeitunterschied der entsprechenden Computerprogramme zur Lösung der Halbleiter-Bloch-Gleichungen.

Bevor sich in einem kontinuierlich gepumpten Quantenfilmlasersystem ein stationärer Zustand des Laserfelds einstellen kann, muss das sich aufbauende Feld viele Male zwischen den Spiegeln des Resonators hin- und herreflektiert werden. Die Zeitskala des Laserfeldaufbaus nach dem Einschalten der Pumpquelle ist daher maßgeblich durch die Lichtpropagation im Resonator bestimmt. Im Fall von VECSELn mit externen Resonatoren im Bereich von einigen Millimetern bis vielen Zentimetern Länge bedeutet dies Anschaltzeiten des Lasers von einigen wenigen bis hin zu vielen hundert Nanosekunden. Diese Zeitskalen sind eindeutig zu lang, um die oben skizzierten Korrelationen, also z.B. mikroskopische Streuung zwischen Ladungsträgern, mit aktuellen Computersystemen in vertretbarer Zeit zu lösen.

In dem hier dargestellten theoretischen Modell zur Beschreibung der Ladungsträgerdynamik wird daher Wert auf möglichst einfache Numerik bei möglichst umfangreicher, in weiten Teilen phänomenologischer Berücksichtigung der physikalischen Effekte des realen Systems gelegt. Im Folgenden beschreiben wir die berücksichtigten Effekte und die Näherungen, die zur Implementation derselben gemacht werden mussten.

2.4.1. Polarisationsdephasierung

Unter Anderem beschreiben die Korrelationsterme der mikroskopischen Polarisation $p(k)$ eine durch die Coulomb-Wechselwirkung vermittelte Streuung, die zur Dephasierung vorhandener mikroskopischer Polarisation auf Zeitskalen von $100fs$ oder niedriger, bei für Lasersysteme typischen Ladungsträgerdichten, führt. Dabei werden die Phasenbeziehungen der mikroskopischen Polarisationen randomisiert und der Erwartungswert von $p(k)$ zerfällt. Wir beschreiben diesen Effekt mit einer Dämpfungskonstante $\gamma_{pol} = 1/\tau_{pol}$:

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) \right|_{corr} = -\gamma_{pol} p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}). \quad (2.24)$$

Mit diesem Ansatz ist der generell beobachtete Zerfall der Polarisation auf eine numerisch sehr effiziente Art berücksichtigt. Dies geschieht jedoch auf Kosten einer lorenzartigen Linienform der exzitonischen Resonanzen des Absorptionsspektrums mit unphysikalischer Absorption auch unterhalb der 1s-Resonanz [20].

2.4.2. Abschirmung

Da Bloch-Elektronen in einem Halbleiter quasi-freie Teilchen sind, haben Coulomb-Kräfte großen Einfluss auf ihre räumliche Anordnung. Dies führt zur Abschirmung von Ladungen durch Umordnung der freien Ladungsträger [12]. Letztendlich folgt eine Abschirmung des Coulomb-Potentials, der wir mit einer Ersetzung der Coulomb-Matrixelemente $V_{\nu\mu}(\mathbf{k} - \mathbf{q})$ durch abgeschirmte Coulomb-Matrixelemente $V_{\nu\mu}^{scr}(\mathbf{k} - \mathbf{q})$ Rechnung tragen. Auffälliger Effekt der Abschirmung ist eine deutliche Reduktion der Einteilchenrenormierungen aus (2.19, 2.20), die damit dem Artefakt der Hartree-Fock-Rotverschiebung [21] entgegenwirkt.

Das abgeschirmte Coulomb-Potential berechnen wir in statischer Plasmonenpolnäherung [12, 14], die zwar etwas ungenauer als die Coulomb-Abschirmung nach Lindhard [12] ist, sich numerisch aber um ein Vielfaches schneller auswerten lässt. Das abgeschirmte Coulomb-Potential ergibt sich damit zu [12]

$$V^{scr}(\mathbf{q}) = \frac{V(\mathbf{q})}{\epsilon_q} \quad (2.25)$$

mit

$$\frac{1}{\epsilon_q} = \left(1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega_q^2}\right) \quad (2.26)$$

und der Plasmafrequenz

$$\omega_{pl}^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 \epsilon_r m_r}. \quad (2.27)$$

Dabei ist N die Ladungsträgerdichte, ϵ_0 die dielektrische Konstante, ϵ_r relative Permittivität und m_r die reduzierte Elektronen-Loch-Masse $(m_r)^{-1} = (m^e)^{-1} + (m^h)^{-1}$ der effektiven Elektronen und Lochmassen m^e und m^h . Die effektive Plasmonenfrequenz ω_q ist definiert als

$$\omega_q^2 = \omega_{pl}^2 \left(1 + \frac{q^2}{\kappa^2}\right) + C \left(\frac{\hbar q^2}{4m_r}\right)^2 \quad (2.28)$$

mit einer Konstante C und der inversen Abschirmlänge κ

$$\kappa = \left(\frac{e^2}{\epsilon_0 \epsilon_r} \sum_{\alpha=e,h} \frac{\partial N}{\partial \mu^\alpha}\right)^{1/2} \quad (2.29)$$

und dem chemischen Potential der Ladungsträgerverteilungen von Elektronen und Löchern μ^α .

2.4.3. Ladungsträgerstreuung

Wie bereits angedeutet ist die Ladungsträgerstreuung zwischen und auch innerhalb der verschiedenen Bänder essenziell für die Beschreibung von Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilungen (NGG-Verteilung), da die Coulomb-vermittelte Streuung die Nichtgleichgewichtsverteilungen ins Gleichgewicht (GG) treibt. Da dieser Gleichgewichtszustand der Ladungsträgerverteilung einer Fermi-Dirac-Verteilung entspricht (z.B. [14, 22]), kann man eine vereinfachte Beschreibung des Streuprozesses einzuführen. Dazu bedient man sich eines Ansatzes, der die Nichtgleichgewichtsverteilungen mittels einer charakteristischen Streurrate gegen die entsprechenden thermischen Fermi-Dirac-Verteilungen als Streuendzustand treibt [23, 24]. Der grundlegende Streuansatz ist damit

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} n^\alpha(k) \right|_{scatt} = -\gamma [n^\alpha(k) - f_k^\alpha(T^\alpha, \mu^\alpha)] \quad (2.30)$$

wobei $\alpha \in [e, h]$, und der Subindex *scatt* andeuten soll, dass es sich nur um einen Streuanteil der Korrelationen *corr* handelt. Zentrales Element dieses Relaxationsmechanismus ist die Streurrate γ , die die Zeitskala eines Übergangs einer Nichtgleichgewichtsverteilung in den Gleichgewichtszustand bestimmt. Letzterer muss die für die entsprechenden Streumechanismen geltenden physikalischen Nebenbedingungen, z.B. Energie- und Teilchenzahlerhaltung bei Elektron-Elektron-Streuung, berücksichtigen. In diesem Beispiel müssen also die Temperatur T und das chemische Potential μ der entsprechenden GG-Verteilung die Bedingungen

$$\begin{aligned} N_{NGG}^\alpha &= \frac{1}{A} \sum_k n^\alpha(k) k dk \stackrel{!}{=} N_{GG}^\alpha = \frac{1}{A} \sum_k f_k^\alpha(T, \mu) k dk \\ E_{NGG}^\alpha &= \frac{1}{A} \sum_k \epsilon^\alpha n^\alpha(k) k dk \stackrel{!}{=} E_{GG}^\alpha = \frac{1}{A} \sum_k \epsilon^\alpha f_k^\alpha(T, \mu) k dk \end{aligned} \quad (2.31)$$

erfüllen, wobei N_{NGG}, E_{NGG} die Nichtgleichgewichtsladungsträgerdichte und -Energie und N_{GG}, E_{GG} die entsprechenden Gleichgewichtsgrößen sind. Aus Energie- und Teilchenzahlerhaltung folgt eine eindeutige Festlegung von T und μ .

Um den verschiedenen physikalischen Ursachen der Streuung Rechnung tragen zu können erweitern wir das Streuratenmodell auf eine separate Streuung für jeden einzelnen auftretenden Mechanismus [25]. Im einzelnen sind dies:

- Intradbandstreuung zwischen Ladungsträgern: Energie- und Teilchenzahlerhaltung jeweils separat für Elektronen und Löcher sowohl im Quantenfilm als auch in der Barriere. Die entsprechende Streurrate bezeichnen wir mit $\gamma_{carr-carr}^\alpha$ wobei $\alpha \in [e, h]$ für Elektronen bzw. Löcher steht.
- Interbandstreuung zwischen Ladungsträgern aus Leitungs- und Valenzband (Quantenfilm und Barrieren werden getrennt betrachtet): Es gilt Teilchenzahlerhaltung für jede einzelne Ladungsträgersorte und die Erhaltung der Gesamtenergie aus Elektronen- und Lochverteilung. Die Streurrate bezeichnen wir mit γ_{plasma}

- Phononenstreuung (Quantenfilm und Barriere werden getrennt betrachtet): Eine Erweiterung des System-Hamiltonians (2.4) um die Wechselwirkung mit dem Ionengitter würde eine weitere Klasse von Phänomenen in das Modell integrieren. Dazu gehört auch die Möglichkeit der Ladungsträgerstreuung mit quantisierten Gitterschwingungen, den Phononen. Letztendlich geben die Ladungsträger über diese Prozesse Energie an das Gitter ab, das sich folglich aufheizt. Wir modellieren die Phononenstreuung, indem wir für die Bestimmung der entsprechenden Fermi-Dirac-Verteilung der Gleichgewichtsladungsträger Teilchenzahlerhaltung annehmen, jedoch die Bedingung der Energieerhaltung aufgeben und stattdessen die Gittertemperatur einsetzen. Die Streurrate bezeichnen wir mit γ_{phonon} .
- Streuung in den Quantenfilm: Mit diesem Ansatz decken wir die Ladungsträgereinstreuung von Barrierenladungsträgern in die Quantenfilme ab. Dabei nehmen wir Teilchenzahlerhaltung jeweils unter der Gesamtelektronen- und Löcherzahl von Barriere und Quantenfilm sowie die Erhaltung der jeweiligen Gesamtenergien durch den Streuprozess an. Die Streurrate bezeichnen wir mit $\gamma_{in-well}$.

Insgesamt ergibt sich damit für die Streukorrelationen der Ladungsträgerbesetzungen des Typs α im Subband ν aus Gleichung (2.18)

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial t} n_{\nu}^{\alpha}(k) \right|_{scatt} = & -\gamma_{carr-carr}^{\alpha} [n_{\nu}^{\alpha}(k) - f_k^{\alpha}(T_{carr-carr}^{\alpha}, \mu_{carr-carr}^{\alpha})] \\ & -\gamma_{plasma} [n_{\nu}^{\alpha}(k) - f_k^{\alpha}(T_{plasma}^{\alpha}, \mu_{plasma}^{\alpha})] \\ & -\gamma_{phonon} [n_{\nu}^{\alpha}(k) - f_k^{\alpha}(T_{lattice}^{\alpha}, \mu_{phonon}^{\alpha})] \\ & -\gamma_{in-well}^{\alpha} [n_{\nu}^{\alpha}(k) - f_k^{\alpha}(T_{in-well}^{\alpha}, \mu_{in-well}^{\alpha})] \end{aligned} \quad (2.32)$$

mit den Fermi-Dirac-Funktionen

$$f_k^{\alpha}(T, \mu) = \frac{1}{\exp(\frac{1}{k_B T} (\epsilon^{\alpha}(k) - \mu)) + 1} \quad (2.33)$$

und der Boltzmann-Konstante k_B . Wie bereits erwähnt bestimmen in diesem Modell die Streuraten die charakteristischen Streu- und Thermalisierungszeiten des Systems. Andererseits sind ebendiese ein Resultat der mikroskopischen Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern, Phononen usw., und daher i.A. temperatur-, dichte-, anregungsenergie- und insbesondere material- und systemaufbauabhängig. Der vollen mikroskopischen Streuung entsprechende und prädiktive Ergebnisse kann man daher nur für aus mikroskopischen Rechnungen abgeleitete Streuraten erwarten [23]. Dann jedoch ermöglicht dieser Ansatz eine numerisch schnelle Alternative zur mikroskopischen Behandlung der Streuung mit effektiv sehr guten Ergebnissen.

Stehen keine oder nur teilweise mikroskopisch berechnete Streuzeiten zur Verfügung, erlaubt der obige Ansatz immer noch die Trennung der verschiedenen Streumechanismen und der ihnen innewohnenden charakteristischen Streuzeiten. Typische Ladungsträger-Ladungsträger-Streuzeiten für GaAs-basierte Systeme sind im Bereich von 100 fs bis 700 fs

für Elektronen und 80 fs bis 300 fs für Löcher [24]. Plasma- und Phononenrelaxation dieser Strukturen finden auf kleiner ps-Zeitskala [24], Ladungsträgereinstreuung aus der Barriere auf sehr unterschiedlichen, stark strukturabhängigen Zeitskalen von 0.1 ps bis über 100 ps [26, 27, 28] statt.

Die Temperaturen $T_{carr-carr}^\alpha$ und T_{plasma} verwenden wir zur Charakterisierung der Ladungsträgerverteilungen $n_\nu^\alpha(k)$, da $T_{carr-carr}^{e,h}$ ein Maß für die mittlere kinetische Energie der Elektronen beziehungsweise Löcher, und T_{plasma} ein Maß für die mittlere kinetische Energie der Ladungsträger im Quantenfilm insgesamt sind.

2.4.4. Ladungsträgerverluste

Verschiedene Mechanismen verursachen Verluste der angeregten Ladungsträger des Systems. Wir unterscheiden dabei drei verschiedene Typen von Verlustmechanismen. Zunächst verursacht nichtstrahlende Rekombination an Gitterfehlstellen oder Unreinheiten Ladungsträgerverluste, deren Dichteabhängigkeit monomolekular, also proportional zur Ladungsträgerdichte N ist. Diese Prozesse können nicht mikroskopisch beschrieben werden, da ihre Ursachen von der Materialqualität und Reinheit abhängen. Der zweite betrachtete Verlustprozess ist die spontane Emission. Diese geschieht, wenn ein angeregtes Elektron unter Aussendung eines Photons mit einem Loch gleichen Gitterimpulses spontan rekombiniert. Mikroskopisch beschreibbar wird dieser Prozess erst unter Berücksichtigung der Quantennatur des Lichtes und Verwendung eines entsprechenden vollquantisierten Licht-Materie-Hamiltonians [29]. Die auf die spontane Emission zurückführbaren Ladungsträgerverluste folgen über einen weiten Dichtebereich einer quadratischen Abhängigkeit von N , weichen jedoch im Bereich oberhalb der Laserschwelle teils deutlich von dieser funktionalen Abhängigkeit ab. Zuletzt betrachten wir noch Auger-Verluste, bei denen die durch Rekombination eines Elektron-Loch-Paares freiwerdende Energie durch Streuung auf einen weiteren Ladungsträger übertragen wird, der dann seinerseits die vermittelte Energie durch Streuung an die restlichen Ladungsträger abgibt und diese damit aufheizt.

Insgesamt schreiben wir

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} n_\nu^\alpha(k) \right|_{loss} = - \left[\frac{1}{\tau_{mono}} + \frac{1}{\tau_{spont}} + \frac{1}{\tau_{Auger}} \right] n_\nu^\alpha. \quad (2.34)$$

Auger und spontane Verluste lassen sich mikroskopisch struktur-, dichte- und temperaturabhängig berechnen [30, 31]. Unter Ausnutzung der hauptsächlichen Dichteabhängigkeiten können wir vereinfachend auch schreiben

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} n_\nu^\alpha(k) \right|_{loss} \approx - [A + BN + CN^2] n_\nu^\alpha \quad (2.35)$$

mit monomolekularem Verlustkoeffizient $A = 1/\tau_{mono}$, spontanem Verlustkoeffizient $B = 1/(\tau_{spont}N)$ und Auger-Verlustkoeffizient $C = 1/(\tau_{Auger}N^2)$. Dabei muss jedoch berücksichtigt werden, dass diese Parametrisierung für Ladungsträgerdichten oberhalb der Laserschwelle ihre Gültigkeit verliert [30]

2.5. Ankopplung an das elektrische Feld

Ausgangspunkt der theoretischen Beschreibung war die Wellengleichung für das elektrische Feld. Nachdem wir die Materialantwort durch die makroskopische Polarisierung P beschreiben können, wenden wir uns nun der Lösung der Wellengleichung zu.

Wir machen dazu zwei verschiedene Ansätze:

2.5.1. Monomodales Laserfeld

Besonders für Lasersimulationen unter Dauerstrichpumpbedingungen ist der Ansatz eines einmodigen Laserfeldes sinnvoll. Hierbei nehmen wir an, dass sich der Halbleiterlaser nach einer Anschwingphase im stationären Zustand befindet. Die Laseremission soll nun auch stationär und im Dauerstrichbetrieb auf einer einzelnen Frequenz ω_{laser} stattfinden. Für das Laserfeld nehmen wir daher an:

$$E_{laser}(z, t) = \frac{1}{2} [u(z)\epsilon(t)e^{-i\omega_{laser}t} + c.c.] \quad (2.36)$$

mit der Modenfunktion des passiven Resonators $u(z)$ zur Lasermode. Setzen wir diesen Ansatz in die Wellengleichung (2.1) ein, und nutzen die Eigenschaft der Resonatormodenfunktionen aus, Lösung der homogenen Wellengleichung zu sein bekommen wir für die Zeitentwicklung der Koeffizienten $\epsilon(t)$ (siehe z.B. [32]):

$$\frac{d}{dt}\epsilon(t) = -\gamma_{res}\epsilon(t) + \frac{i\omega_g^2}{\epsilon_0\omega_{laser}d_{QW}A}e^{i\omega_{laser}t}\sum_{\nu,\mu,\mathbf{k}}\Gamma_{\nu\mu}d_{\nu,\mu}(\mathbf{k})p_{\nu\mu}(\mathbf{k}, t) \quad (2.37)$$

mit der Bandlückenenergie $\hbar\omega_g$, der Dielektrizitätskonstante ϵ_0 und dem optischen Überlapp

$$\Gamma_{\nu\mu} = \int \xi(z)_\mu^* u^*(z) \xi(z)_\nu dz \quad (2.38)$$

mit den elektronischen Confinement-Funktionen $\xi(z)_\mu$. Die Resonatormodenfunktionen $u^*(z)$ können mit einer Transfermatrixmethode [29] aus der dielektrischen Struktur bestimmt werden. Die Laseremission, und damit die Lebensdauer der Photonen im Resonator, wird durch die Dämpfung γ_{res} beschrieben. Letztere kann sowohl aus den Modenfunktionen [32], als auch aus optischen Verlusten des Systems berechnet werden. Die optischen Verluste werden i.A. durch die Reflektivitäten R_1 und R_2 der Resonatorspiegel und die Transmission des Lasers T_{loss} beschrieben (z.B. [12, 33]). Für die Dämpfung γ_{res} ergibt sich dann

$$\gamma_{res} = \frac{c_0}{2l_{resonator}} \ln\left(\frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 T_{loss}}}\right) \quad (2.39)$$

mit der optischen Resonatorlänge $l_{resonator}$.

2.5.2. Multimodales Laserfeld

Zur Beschreibung dynamischer Prozesse reicht der obige einmodale Ansatz für das Laserfeld nicht mehr aus. Daher wählen wir

$$E_{laser}(z, t) = \frac{1}{2} \left[\sum_q u_q(z) \epsilon_q(t) e^{-i\omega_q t} + c.c. \right] \quad (2.40)$$

wobei $\hbar\omega_q = \hbar c_0/nq$ die Photonenenergie, mit $q = |\mathbf{q}|$ dem Betrag des Wellenvektors \mathbf{q} im Medium mit Brechungsindex n , darstellt. Folgen wir dem selben Rechenweg wie oben, erhalten wir für die Zeitentwicklung der Entwicklungskoeffizienten $\epsilon_q(t)$ [32]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \epsilon_q(t) = \frac{i\omega_g^2}{\varepsilon_0 \omega_q d_{QWA}} e^{i\omega_q t} \sum_{\nu, \mu, \mathbf{k}} \Gamma_{\nu\mu, q} d_{\nu, \mu}(\mathbf{k}) p_{\nu\mu}(\mathbf{k}) \quad (2.41)$$

mit dem modenabhängigen optischen Überlapp

$$\Gamma_{\nu\mu, q} = \int \xi(z)_\mu^* u_q^*(z) \xi(z)_\nu dz. \quad (2.42)$$

Im Gegensatz zum monomodalen Ansatz beinhaltet diese Beschreibung des Laserfeldes bereits die Abstrahlung von Laserlicht aus dem Resonator und eine Dämpfungskonstante ist nicht notwendig. Andererseits bestimmt in der numerischen Umsetzung das gewählte $\Delta\hbar\omega_q$ den Zeitbereich, der simuliert werden kann. Je kleiner $\Delta\hbar\omega_q$ ist, desto größer ist die Zeitspanne, nach der das kleinste gemeinsame Vielfache der Perioden der rotierenden Exponentialfunktionen in Gleichung (2.40) auftritt und damit unphysikalische Repliken des Lichtfeldes entstehen.

2.5.3. Superposition von Pump- und Laserfeld

Bisher wurde nur der selbstkonsistente Anteil des Laserfeldes beschrieben. Im Experiment, und daher auch in den betrachteten Modellsystemen, existiert jedoch noch eine weitere, externe Lichtquelle - das Pumplaserlicht $E_{pump}(z, t)$. Es dient zur Anregung des Systems und muss daher in den Halbleiter-Bloch-Gleichungen berücksichtigt werden. Andererseits reagiert der Halbleiter auf das Pumplicht, was ja gerade durch das selbstkonsistent mit den Halbleiter-Bloch-Gleichungen zu lösende Laserfeld $E_{laser}(z, t)$ beschrieben wird. Physikalisch messbar, und damit korrekt ist nur die Superposition von beidem an der Quantenfilmposition

$$E(z, t) = E_{laser}(z, t) + E_{pump}(z, t). \quad (2.43)$$

Da das Pumplicht jedoch im Allgemeinen unter einem Winkel eingestrahlt wird, die stimulierte Emission der hier untersuchten Strukturen aber senkrecht zur Quantenfilmebene stattfindet und sich i.A. die Frequenzbereiche von E_{pump} und E_{laser} stark unterscheiden, muss nur bei der selbstkonsistenten Lösung der Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen von der Superposition beider E -Feldanteile ausgegangen werden. Die aus dem Laser senkrecht emittierte Lichtleistung wird nur durch $E_{laser}(z, t)$ bzw. dem durch den Auskoppelspiegel transmittierten Anteil davon beschrieben.

2.5.4. Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen

Zusammen mit den Halbleiter-Bloch-Gleichungen

$$\begin{aligned}
 i\hbar \frac{d}{dt} p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) &= (\varepsilon_{\mu;\mathbf{k}}^e + \varepsilon_{\nu;\mathbf{k}}^h) p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) + (n_{\mu}^e(\mathbf{k}) + n_{\nu}^h(\mathbf{k}) - 1) \Omega_{\nu,\mu,\mathbf{k}} + \left. \frac{\partial}{\partial t} p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) \right|_{corr} \\
 i\hbar \frac{d}{dt} n_{\mu}^e(\mathbf{k}) &= - \sum_{\nu'} [p_{\nu',\mu}^*(\mathbf{k}) \Omega_{\nu',\mu,\mathbf{k}} - p_{\nu',\mu}(\mathbf{k}) \Omega_{\nu',\mu,\mathbf{k}}^*] + \left. \frac{d}{dt} n_{\mu}^e(\mathbf{k}) \right|_{corr} \\
 i\hbar \frac{d}{dt} n_{\nu}^h(\mathbf{k}) &= - \sum_{\mu'} [p_{\nu,\mu'}^*(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu',\mathbf{k}} - p_{\nu,\mu'}(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu',\mathbf{k}}^*] + \left. \frac{d}{dt} n_{\nu}^h(\mathbf{k}) \right|_{corr}
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

mit

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\mu;\mathbf{k}}^e &= \epsilon_{\mu;\mathbf{k}}^e - \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}} n_{\mu}^e(\mathbf{q}) V_{\mu\mu}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \\
 \varepsilon_{\nu;\mathbf{k}}^h &= \epsilon_{\nu;\mathbf{k}}^h - \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}} n_{\nu}^h(\mathbf{q}) V_{\nu\nu}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \\
 \Omega_{\nu,\mu,\mathbf{k}} &= E(t) d_{\mu\nu}(\mathbf{k}) + \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}} p_{\nu,\mu}(\mathbf{q}) V_{\nu\mu}(\mathbf{k} - \mathbf{q})
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

ergibt

$$E_{laser}(z, t) = \frac{1}{2} [u(z) \epsilon(t) e^{-i\omega_{laser} t} + c.c.] \tag{2.46}$$

mit der Bewegungsgleichung

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \epsilon(t) &= -\gamma_{res} \epsilon(t) + \frac{i\omega_g^2}{\varepsilon_0 \omega_{laser} d_{QW} A} e^{i\omega_{laser} t} \sum_{\nu,\mu,\mathbf{k}} \Gamma_{\nu\mu} d_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) p_{\nu\mu}(\mathbf{k}, t) \\
 \Gamma_{\nu\mu} &= \int \xi(z)_{\mu}^* u^*(z) \xi(z)_{\nu} dz
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

und der Superposition

$$E(z, t) = E_{laser}(z, t) + E_{pump}(z, t) \tag{2.48}$$

die Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen in monomodaler Näherung. Analog dazu sind die Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen in multimodaler Näherung definiert.

Numerisch vereinfacht kann man die Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen lösen, indem man räumliche Isotropie der Observablen in der Quantenfilmebene annimmt. Damit vereinfachen sich die \mathbf{k} -Summen zu Summen über den Betrag k und die Winkelintegration kann (bis auf bei der Berechnung des Coulomb-Matrixelements) analytisch ausgeführt werden.

Die Zeitentwicklung der Erwartungswerte der betrachteten Systemobservablen wird dann durch numerische Lösung der gekoppelten Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen berechnet. Eine etwas detailliertere Beschreibung des Programms zur Lösung der Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen wird in Appendix C angeboten.

2.6. Spontane Emission

Bisher haben wir nur kohärentes Licht im Lasersystem betrachtet. Wie bereits bei den Verlusten kurz angesprochen, trägt jedoch auch die spontane Emission (PL) als Quelle von inkohärentem Licht zur Gesamtemission des Systems bei. Die spontane Emission ist quantenmechanischer Natur und kann daher ohne ein quantisiertes Lichtfeld, also insbesondere mit dem hier verwendeten System-Hamiltonian, nicht beschrieben werden. Aufgrund der zufälligen Phasenverteilung der emittierten Photonen ist der Erwartungswert des elektrischen Feldes der spontanen Emission Null. Die Lichtintensität jedoch ist von Null verschieden, und agiert in Lasersystemen als Saat der stimulierten Rekombination [34], ist also insbesondere beim Anschaltprozess eines Lasers relevant. Um letzteren Prozess im Modell beschreibbar zu machen, müssen wir die spontane Emission also im Rahmen der Möglichkeiten korrekt implementieren. Den Widerspruch der semiklassischen Beschreibung der Halbleiter-Bloch-Gleichungen, die nur kohärentes Licht berücksichtigen, und der inkohärenten Natur der spontanen Emission bewusst, setzen wir für $E_{spont}(t)$

$$E_{spont}(t) = \frac{1}{2} E_{spont,0} [e^{-i\omega_{laser}t} + c.c.] \quad (2.49)$$

und für das gesamte elektrische Feld

$$E(t) = E_{laser}(t) + E_{pump}(t) + E_{spont}(t) \quad (2.50)$$

an. Damit wird die spontane Emission *kohärent* beschrieben, was sie in Wirklichkeit nicht ist! Andererseits stellt sich dieser Ansatz als praktikable Lösung der Problematik heraus. Vergleicht man die Amplituden von „spontaner“ und stimulierter Emission in konkreten Rechnungen, so überragt das stimulierte Feld das „spontane“ um mehrere Größenordnungen und rechtfertigt damit die Vorgehensweise im Nachhinein.

Die Amplitude $E_{spont,0}$ wird aus der emittierten Verlustleistung $P_{spont} = \hbar\omega_{laser} \frac{1}{\tau_{spont}} N \eta_{spont}$ unter der Annahme berechnet, dass die Energiedifferenz zwischen Laserenergie und korrekter energetischer Lage der PL klein und nur ein Bruchteil η_{spont} der Gesamtemission durch PL in die Lasermode emittiert wird. Damit ist

$$E_{spont,0} = \sqrt{2 \frac{\hbar\omega_{laser}}{\varepsilon_0 c_0 n_b} n_{QW} \frac{1}{\tau_{spont}} N \eta_{spont}} \quad (2.51)$$

mit der Anzahl der Quantenfilme n_{QW} , dem Hintergrundbrechungsindex n_b , der Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 und der dielektrischen Konstante ε_0 . Unter der Annahme, dass die spontane Emission isotrop, und ungefähr der Anteil, der in einem Raumwinkel von 1° abgestrahlt wird zum Aufbau des Laserfeldes beiträgt, erhält man für $\eta_{spont} = 0.001$.

3. Optische Eigenschaften und Leistungscharakteristik von VECSELn

Optisch gepumpte, senkrecht emittierende Halbleiterscheibenlaser mit externem Resonator, sogenannte VECSEL (Vertical-External-Cavity Surface-Emitting-Laser) haben sich in den letzten Jahren zu einer attraktiven, leistungsfähigen Laserquelle, mit hervorragenden optischen Eigenschaften entwickelt.

Die Grundidee ist dabei, zur Anregung des VECSELs Laserlicht aus elektrisch gepumpten Halbleiterkantenemittern zu verwenden, das zwar hohe Lichtleistungen aufweisen kann, aber bauartbedingt eine für viele Anwendungen unzureichende Strahlqualität hat. Der VECSEL dient dann als eine Art Konversionselement, das Laserlicht mit „qualitativ minderwertigen“ Eigenschaften aber hoher Strahlleistung, in Laserlicht hoher spektraler und räumlicher Güte umwandelt.

Das VECSEL-Design kombiniert im einfachsten Fall einen aktiven, optisch gepumpten Spiegel mit einem weiteren, externen Spiegel, der den Laserresonator schließt und gleichzeitig dem Auskoppeln des Laserlichtes dient.

Im aktiven Spiegel werden Quantenfilmschichten als aktives Material auf einem hoch reflektierenden dielektrischen Bragg-Spiegel so aufgewachsen, dass sie von dem Pump laserlicht angeregt werden und für die Designwellenlänge des Resonators als Verstärkermedium dienen können. Durch gezieltes Bandgapengineering einer weiten Klasse von Quantenfilmmaterialien kann damit ein großer Bereich des sichtbaren und insbesondere des infraroten Spektralbereichs verstärkt werden [35, 36, 37, 38].

Vorteile des VECSEL Designs sind zum einen die Schmalbandigkeit der Emission und hohe Qualität des räumlichen Strahlprofils [39, 40]. Darüber hinaus ist es beim VECSEL möglich, das Pumplicht direkt auf den aktiven Spiegel zu fokussieren, und damit den aktiven Bereich des Spiegels zu pumpen ohne starke Reflexionsverluste zu erleiden. Mit dem Durchmesser des Pumpbereichs bei gleicher Pumpleistungsdichte skaliert dann idealerweise (für Grenzen der Skalierbarkeit siehe z.B. [41]) auch die Laseremission, und Hochleistungsanwendungen werden realisierbar.

Dabei wurden sukzessive Fortschritte bei der maximalen Dauerstrichausgangsleistung von VECSELn insbesondere im Infrarotbereich von rund 10 W [42, 43, 44] und sogar bis zu 50 W [45] erreicht. Im Ferninfrarot wurde von auf GaSb basierenden Systemen mit im einstelligen Wattbereich liegenden Ausgangsleistungen berichtet [46].

Neben der Skalierbarkeit der Laserleistung durch die beleuchtete Pumpfläche kann die

Laserleistung auch durch kompliziertere Aufbauten, bei denen ein gefalteter Resonator mehrere aktive, jeweils separate gepumpte Spiegel enthält, erhöht werden [47, 48].

Der externe Resonator bietet darüber hinaus noch weitere physikalische Anwendungsmöglichkeiten, wie z.B. Frequenzverdopplung des Laserlichtes durch das Einbringen nichtlineare Kristalle in den Resonator [38, 49, 50]. Damit lassen sich schließlich Spektralbereiche erreichen, für die keine passenden Gewinnmaterialien vorhanden sind. Auch für die Detektion von Spurengasen bietet die hohe Lichtfeldstärke im externen Resonator eine gute Voraussetzung [51, 52, 53].

Aber nicht nur Anwendungen, sondern auch generelle Zusammenhänge wie die Wechselwirkung von Licht mit den elektronischen Freiheitsgraden im aktiven Material lassen sich an diesen Systemen studieren. Dabei stehen die Auswirkungen des Pumpens auf die erzeugten Ladungsträgerverteilungen, Streuung und Verlustmechanismen der Ladungsträger, Ausprägungen von nicht-thermisch verteilten Ladungsträgerpopulationen, Aufheizen des Gesamtsystems durch thermische Verluste, die stimulierte Emission durch die Kopplung des aktiven Materials an die Resonatormoden und das Wechselspiel dieser Phänomene miteinander im Fokus.

Das fundamentale Verständnis dieser internen Vorgänge bildet dann wiederum die Voraussetzung für die Optimierung dieser Halbleiterlaserbauformen für die oben skizzierten, unterschiedlichen Anwendungen.

Im folgenden Kapitel wollen wir verschiedene Aspekte, die in optisch gepumpten VECSELn auftreten, näher untersuchen, und ihren Einfluss auf die Laseremission und insbesondere auf die Leistungscharakteristik und Konversionseffizienz des Gesamtsystems VECSEL bestimmen.

Laserbedingung

Wenn sich ein Laser in einem stationären Zustand befindet, also die Dauerstrichemission des Lasers konstant ist, müssen sich die optischen Verluste mit dem optischen Gewinn im Laser die Waage halten. Ausgedrückt wird dies durch die sogenannte Laserbedingung¹

$$R_1 R_2 T_{\text{loss}} e^{2\Gamma g(N, \hbar\omega) l_{\text{res}}} = 1. \quad (3.1)$$

Bei einem Durchlauf im Resonator der Länge l_{res} wird die umlaufenden Lichtintensität durch Reflexionsverluste an den beiden Resonatorspiegeln und durch Transmissionsverluste beim Durchqueren des Resonators geschwächt. Dem tragen die Reflexionskoeffizienten R_1 und R_2 für die Spiegel, und der Transmissionskoeffizient T_{loss} Rechnung. Nach einem Umlauf verbleibt also nur noch der um den Faktor $R_1 R_2 T_{\text{loss}}$ geschwächte Anteil der Lichtintensität. Dieser Verlust wird im stationären Zustand durch optische Gewinne, beschrieben durch den dichte- und energieabhängigen Intensitätsgewinn $2g(N, \hbar\omega)$, im aktiven Medium ausgeglichen. In den betrachteten VECSELn ist das aktive Medium jedoch nicht homogen im Resonator verteilt, weshalb ein optischer Überlapp, Γ , eingeführt wird,

¹hier und im Folgenden für einen linearen Resonator mit zwei Spiegeln

der die räumlichen Verteilung des Gewinns und die Kopplung desselben an die betrachtete Resonatormode berücksichtigt (vergleiche Kapitel 3.3.1).

Durch leichte Umformulierung von Gleichung (3.1) erhält man

$$2\Gamma g(N, \hbar\omega)l_{res} = \ln \frac{1}{R_1 R_2 T_{loss}}, \quad (3.2)$$

welches den wesentlichen Zusammenhang *Gewinn* = *Verlust* mit dem optischen Verlust $\alpha = -\ln(R_1 R_2 T_{loss})$ und dem sogenannten modalen Gewinn $2\Gamma g(N, \hbar\omega)l_{res}$ beschreibt.

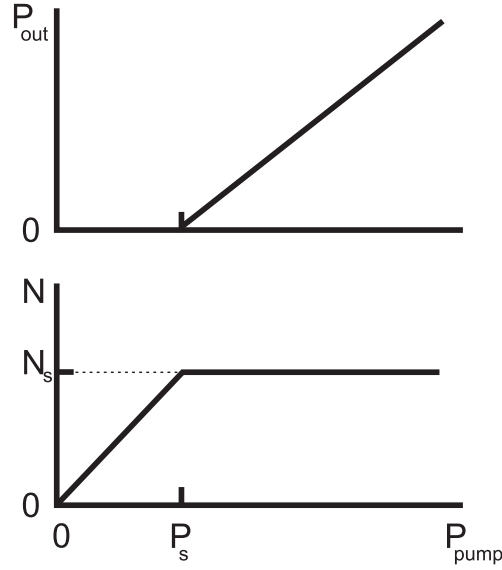


Abbildung 3.1.: Schematische Darstellung der Lasercharakteristik (oben) und Ladungsträgerdichte (unten) in einem Laser.

Der Lasertheorie [14, 34] zufolge entwickelt sich die Ausgangsleistung des Lasers in Abhängigkeit der Pumpleistung schematisch entsprechend Abbildung (3.1, oben). Dies lässt sich anhand der Laserbedingung (3.2) wie folgt erklären:

Da die Ladungsträger durch Rekombinationsprozesse dem System verloren gehen können, stellt sich zu jeder Pumpleistung eine bestimmte stationäre Ladungsträgerdichte ein, bei der durch das Pumpen genauso viel Ladungsträger erzeugt werden, wie durch die Ladungsträgerverluste dem System entzogen werden. Im unteren Graphen von Bild (3.1) ist dies für Pumpleistungen unterhalb einer ausgezeichneten Pumpleistung P_{pump} schematisch gezeigt, wobei in realistischen Systemen N i.A. nichtlinear von P_{pump} abhängt.

Im Bereich von $P_{pump} < P_s$ ist nun die Ladungsträgerdichte zu klein, um ausreichend Materialgewinn zur Verfügung zu stellen und es gilt $Gewinn < Verlust$, womit keine stationäre, von Null verschiedene Laserintensität existieren kann.

Erreicht die Pumpleistung den Wert P_s , so ist die erzeugte Ladungsträgerdichte N_s gerade so groß, dass der modale Gewinn gleich den optischen Verlusten ist, und damit die Laserbedingung erfüllt wird. Diese Pumpleistung wird Schwellpumpleistung genannt.

Eine weitere Erhöhung der Pumpleistung würde nun zunächst zu höheren Dichten und damit zu einem größeren Gewinn führen, wodurch das Laserfeld exponentiell anwächst. Andererseits basiert die Laseraktivität auf stimulierter Emission und verringert so die Lebensdauer der Ladungsträger, womit sich erneut ein Gleichgewicht in der Ladungsträgerdichte einstellt, bei dem sich Ladungsträgererzeugung durch das Pumpen und Ladungsträgerverluste durch stimulierte Emission und den nichtstimulierten Rekombinationsprozessen ausgleichen.

Der stationäre Zustand muss wieder die Laserbedingung $Gewinn = Verlust$ erfüllen. Daraus folgt in der obigen Lasertheorie, dass die Ladungsträgerdichte im System für höhere Pumpleistungen als der Schwellpumpleistung nicht über die Schwellenladungsträgerdichte N_s hinaus steigen kann. Man sagt, dass die Ladungsträgerdichte, und damit auch die nichtstimulierten Verlustprozesse, geklemmt werden.

Über die Schwellpumpleistung hinaus in den Laser eingebrachte Pumpleistung wird dann mit einer gewissen Konversionseffizienz η in das emittierte Laserlicht umgewandelt.

Leistungscharakteristik im VECSEL

Bezogen auf optisch gepumpte VECSEL lässt sich die Ausgangsleistung P_{out} mit

$$P_{out} = \eta_{abs}\eta_{quant}\eta_{output} \cdot (P_{pump} - P_s) \quad (3.3)$$

beschreiben [39].

Dabei sind folgende Prozesse berücksichtigt:

- Ladungsträgerverluste im Gewinnmaterial (Materialeigenschaft der aktiven Schichten, dichteabhängig), die zusammen mit den optischen Verlusten die Schwellpumpleistung P_s bestimmen
- Absorptionseffizienz des Pumplichtes (Materialeigenschaft der aktiven Schichten, die im Allgemeinen wellenlängen- und dichteabhängig ist; weiterhin Reflexion des Pumplichtes an der Frontfacette des aktiven Spiegels), wird durch die Absorptionseffizienz η_{abs} beschrieben
- Quantendefekt, $\eta_{quant} = \frac{\lambda_{pump}}{\lambda_{laser}}$. Die physikalische Ursache des Quantendefekts ist schnell erkannt: im stationären Zustand muss jeder Ladungsträger, der zur Aufrechterhaltung des Laserlichtes stimuliert rekombiniert, vorher durch den Pumpplaser erzeugt worden sein. Beim Emittieren trägt das erzeugte Photon eine Energie von $\hbar\omega_{laser}$ mit sich fort. Zum Zeitpunkt der Ladungsträgererzeugung durch den Pumpplaser hatte es aber die Energie $\hbar\omega_{pump}$. Die Differenz bleibt durch Streuung dem Gesamtsystem zunächst erhalten, wird über Phononen an das Gitter abgegeben, und muss dann durch eine externe Wärmesenke abgeführt werden.
- Interne optische Verluste des VECSELs, die die Auskoppelleffizienz $\eta_{output} = \ln R_2 / \ln(R_1 R_2 T_{loss})$, also den Anteil der stimuliert Emittierten Photonen, der zum

ausgekoppelten Laserstrahl beiträgt im Verhältniss zu allen stimuliert emittierten Photonen, beeinflussen.

In der klassischen Beschreibung eines Lasers sind diese Beiträge zur Gesamteffizienz konstant, woraus ein linearer Zusammenhang zwischen der die Schwellpumpleistung übersteigenden Pumpleistung und der Ausgangsleistung folgt (vergleiche Bild (3.1,oben)). Der Proportionalitätsfaktor $\eta = \eta_{abs}\eta_{quant}\eta_{output}$ wird Steigungseffizienz oder „slope-efficiency“ genannt.

In realen Systemen treten jedoch Abweichungen von diesem linearen Zusammenhang auf. Die im System verbleibende Überschussenergie, mithin also die Energie (oder zumindest ein bedeutender Anteil daran), die *nicht* in emittiertes Laserlicht umgewandelt wird, heizt realistische Systeme auf, und verändert sowohl den Materialgewinn als auch die Resonatoreigenschaften. Letztendlich muss daher bei höheren Temperaturen eine höhere Ladungsträgerdichte aufrechterhalten werden, wodurch die Schwellpumpleistung temperaturabhängig und die Steigungseffizienz sublinear wird [33]. Auch auf den Quantendefekt hat die Erwärmung des Lasers einen kleinen Einfluss, da die Resonatorwellenlänge mit typischen Koeffizienten von ca. $0.1\text{nm}/K$ steigt.

Aber auch ohne eine Erwärmung des Kristalls gibt es Abweichungen der Leistungscharakteristik von einer linearen Funktion. Durch das optische Pumpen werden Ladungsträger in einem schmalen Energiebereich i.A. hoch im Band angeregt, die dann durch Streuprozesse untereinander und mit Phononen Energie und Impuls abgeben und dadurch zur Bandkante hin relaxieren. Erst hier ist die Ladungsträgerbesetzung hoch genug, um Inversion und damit optische Verstärkung zu realisieren. Diese Streuprozesse finden, genauso wie die Ladungsträgererzeugung durch den Pump laser und die stimulierte Rekombination an der Bandkante, auf einer jeweiligen charakteristischen Zeitskala statt. Ist die Streuung deutlich schneller als die Erzeugung und Rekombination der Ladungsträger, so wird sich eine Gleichgewichtsladungsträgerverteilung einstellen. Erhöht man die Pumpleistung, so reduziert man die charakteristische Zeitskala der Ladungsträgererzeugung, und in Folge größerer Laseremission auch die der Rekombination. Dadurch kann sich das System in einen stationären Zustand nichtgleichgewichtsverteilter Ladungsträger verschieben. Charakteristikum einer solchen Verteilung in einem Laser sind reduzierte Besetzungen an zur Laseremissionsenergie korrelierenden Wellenvektoren und erhöhte Besetzungen bei den zur Pumpenergie entsprechenden $k = k_{pump}$. Effektiv steigt in diesem Fall die notwendige Ladungsträgerdichte für steigende Pumpleistungen, also die Schwellpumpleistung P_s . Durch die Erhöhte Besetzung bei k_{pump} sinkt darüber hinaus noch die Absorptionseffizienz η_{abs} .

In diesem Kapitel untersuchen wir die Leistungscharakteristik und die verschiedenen Einflüsse der optischen Pumpbedingungen, des Resonators und der Kopplung an die externe Wärmesenke auf die Effizienz eines konkreten VECSEL Systems. Dazu stellen wir zunächst das betrachtete System vor, um es dann auf durch den Pump- und Emissionsprozess hervorgerufene Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilungen und deren Einfluss auf die Systemeffizienz bei konstant angenommener Gittertemperatur zu untersuchen. Dabei

wird sich ergeben, dass die Pumpwellenlänge und die Entscheidung, ob in die Barriere oder direkt in den Quantenfilm gepumpt wird, starken Einfluss nicht nur auf den Quantendefekt η_{quant} , sondern auch auf die Absorptionseffizienz η_{abs} und die Stärke des Nichtgleichgewichts in den Ladungsträgerverteilungen hat. Weiterhin wird sich eine Unterscheidung von Gitter- und Ladungsträgertemperatur als notwendig herausstellen. Nachfolgend beschäftigen wir uns in Kapitel 3.3 mit dem optischen Resonator, der Bildung eines sogenannten Unterresonators und der Auskoppleffizienz im System. Hier untersuchen wir sowohl den stationären Zustand des Systems bei Dauerstrichanregung und -emission als auch die Dynamik des Systems nach gepulster Anregung. Für beides verwenden wir eine Theorie, die sich auf Ratengleichungen für die Systemobservablen auf der Basis der mikroskopisch berechneten Gewinn- und Verlustdaten aus Kapitel 3.1 beschränkt. Damit führen wir auch eine Analyse der thermischen Eigenschaften, insbesondere des Effizienzverlustes durch das Aufheizen der Struktur und des thermischen Überrollens, durch. Abgeschlossen wird dieses Kapitel durch ein analytisches Modell, das wichtige Zusammenhänge der Systemgrößen und Parameter in Bezug auf das thermische Überrollen aufzeigt, und durch eine auf den mikroskopischen Gewinn- und Verlustdaten basierende Analyse der Ursachen des thermischen Überrollens, die zudem einen alternativen, stationären Zugang zur kompletten Leistungscharakteristik eines VECSEL-Systems bietet.

3.1. VECSEL - Aufbau und optische Eigenschaften

Zur Untersuchung der oben skizzierten Fragestellungen betrachten wir ein auf die wesentlichen Elemente reduzierten VECSEL in einem linearen Resonatoraufbau. Der aktive Spiegel besteht zunächst aus einem Bragg-Spiegel, aufgebaut aus $26.5 \lambda_{resonator}/4$ dicken, abwechselnd aus GaAs und AlAs bestehenden Doppelschichten. Auf den Spiegel sind 14 durch $(\text{Al}_{0.06}\text{Ga}_{0.94})\text{As}$ Barrieren voneinander getrennte 8 nm dicke $(\text{In}_{0.21}\text{Ga}_{0.79})\text{As}$ Quantenfilme so positioniert, dass sich in jedem zweiten Bauch der stehenden Resonatormode bei $\lambda = \lambda_{resonator}$ ein Quantenfilm befindet. Dies erzeugt einerseits einen maximal möglichen Überlapp der elektronischen Wellenfunktionen mit dem Lichtfeld und damit maximalen modalen Gewinn für den Laserbetrieb. Andererseits wird durch die sehr breiten Barrieren sichergestellt, dass bei Pumpanregung in eben diese Barrieren mehr als 95% des in die Struktur eindringenden Pumplichtes absorbiert wird, und nur ein vernachlässigbar kleiner Anteil des Pumplichtes in den Bragg-Spiegel eindringen, und durch dortige Absorption zum Aufheizen desselben führen kann. Die Designwellenlänge $\lambda_{resonator}$ wurde auf 1045 nm gesetzt. Der aktive Spiegel wird durch eine $(\text{AlGa})\text{As}$ Schicht zur Vermeidung von Oberflächenrekombinationen der Ladungsträger abgeschlossen. Dieser Aufbau ist insofern ein vereinfachter und idealisierter, als keine verspannungskompensierenden Schichten eingeführt wurden, welche für eine gleichbleibende Quantenfilmdicke und Qualität im konkreten Wachstum unerlässlich sind. Ein möglicher Kandidat für ein solches Material ist Ga(PAs), das zudem einen recht ähnlichen Brechungsindex und (je nach Zusammensetzung) nur leicht erhöhte Bandlückenenergie aufweist (siehe z.B.[54]). Die daraus folgenden Modifikationen sind klein und daher ist die Vernachlässigung dieser Schichten in der folgenden

theoretischen Betrachtung vertretbar.

Weiterhin würde dieser Aufbau in umgekehrter Reihenfolge gewachsen, d.h. man begänne mit der Abschlussschicht, die man auf das GaAs Substrat wachsen würde und endete mit der letzten Schichte des Bragg-Spiegels. Anschließend würde eine Wärmesenke aufgeklebt und das Substrat weggeätzt. Damit reduziert man den hohen thermischen Widerstand des Substrates, der bei „richtigherum“ gewachsenen Bauteilen zwischen aktiver Schicht und Wärmesenke auftritt, auf ein Maß, das Hochleistungsanwendungen erst möglich macht.

Der Laserresonator wird durch einen 4.6 mm vom aktiven Spiegel entfernten, 98-prozentig reflektierenden Spiegel ($R_2 = 0.98$) geschlossen. Dieser dient gleichzeitig dem Auskoppeln des Laserlichtes. Der Bragg-Spiegel hat eine Reflektivität von $R_1 = 0.9999$ für die Designwellenlänge. Wir nehmen weiterhin einen internen optischen Verlust $1 - T_{loss}$ von einem Prozent der Laserintensität pro Umlauf an.

3.1.1. Optische Eigenschaften

In Abbildung (3.2) sind die Bandstruktur, Dipolübergangsstärke und das lineare Absorptionsspektrum von $(\text{In}_{0.21}\text{Ga}_{0.79})\text{As}$ zwischen $(\text{Al}_{0.06}\text{Ga}_{0.94})\text{As}$ Barrieren als aktivem Material des VECSELs gezeigt. Die k.p Bandstrukturberechnung [12] sagt für diese Materialkonstellation (bei einem Verhältnis der Bandoffsets von 60 zu 40 bei Leitungs- bzw. Valenzbandkante) zwei gebundene Leitungs- und fünf gebundene Valenzsubbänder voraus (Abbildung (3.2,a)), deren Energiedispersion in Unterbild (b) von (3.2) dargestellt ist. Zusammen mit den Dipolübergangswahrscheinlichkeiten (c) kann man daraus das lineare Absorptionsspektrum (d) bestimmen. Ab einer Photonenenergie von 1.517 eV beginnt die Absorption in der Barriere. Unterhalb dieser Energie zeigt das lineare Absorptionsspektrum deutliche Signaturen der verschiedenen erlaubten Dipolübergänge. In Bild (3.3) sind nun Absorptionsspektren für unterschiedliche Gleichgewichtsladungsträgerdichten bei einer Ladungsträger- und Gittertemperatur von 305 K gezeigt. Berechnet wurden diese Spektren (wie auch das Absorptionsspektrum aus Bild (3.2)) unter Verwendung einer mikroskopischen Gleichgewichtsgewinnrechnung² [20], deren Zuverlässigkeit und Voraussagefähigkeit vielfach bewiesen wurde [55, 56, 35]. Der große Vorteil dieser Theorie ist ihre Unabhängigkeit von experimentellen Fitparametern, da die Voraussagen einzig auf bekannten Materialparametern und dem konkreten Schichtaufbau der Halbleiterheterostruktur beruhen.

In den mikroskopischen Spektren erkennt man deutlich die nichtlineare Abhängigkeit der Absorption von der Ladungsträgerdichte, also das Ausbleichen der starken Absorptionssignaturen der dominierenden Übergänge mit steigender Dichte und schließlich den optischen Gewinn im Bereich der Bandkante für hohe Ladungsträgerdichten.

Mit Hilfe der Nichtgleichgewichtstheorie (NGG) aus Kapitel 2 werden die Abbildung (3.3) entsprechenden linearen Absorptionsspektren berechnet. Wir berücksichtigen dabei alle Dipolübergänge zwischen den beiden gebundenen Leitungs- und den fünf gebundenen

²umgesetzt im Programm gainmain.c von J.Hader

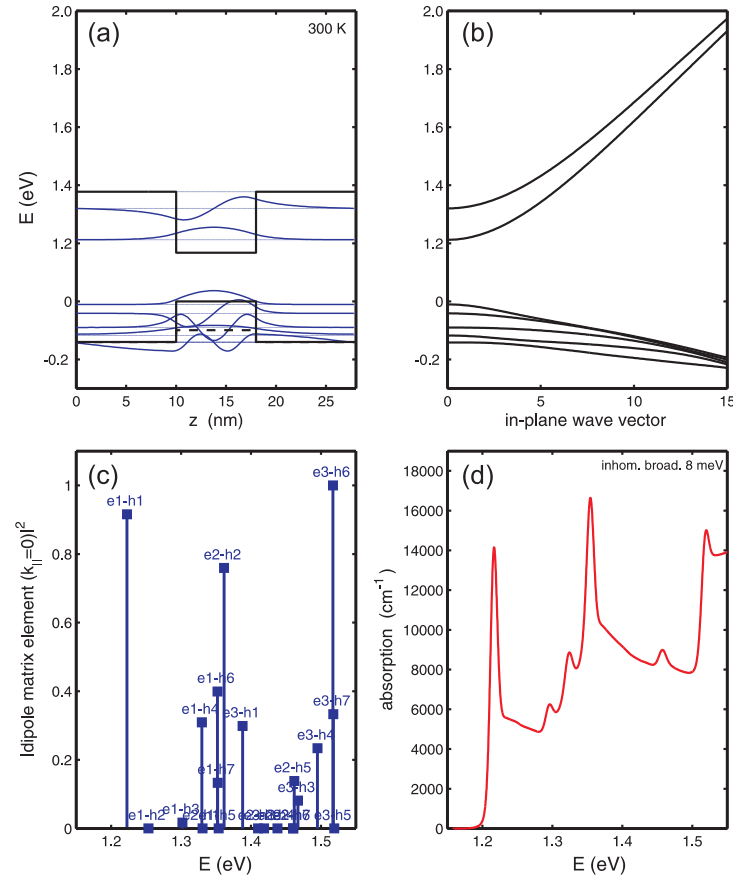


Abbildung 3.2.: Übersicht der elektronischen Eigenschaften der 8 nm $(\text{In}_{0.21}\text{Ga}_{0.79})\text{As} / (\text{Al}_{0.06}\text{Ga}_{0.94})\text{As}$ Schichten. In Unterbild (a) ist die Bandanordnung sowie die Energien und Confinementfunktionen der gebundenen Unterbänder der Heterostruktur zu sehen. In (b) ist die Dispersionsrelation der Quantenfilmbänder an Abhängigkeit vom Wellenvektor in der Quantenfilmebene und in (c) die Dipolstärke zwischen den gebundenen Bändern dargestellt. Im Unterbild (d) ist das aus Bandstruktur und Dipolübergangsstärke resultierende lineare Absorptionsspektrum unter Verwendung einer mikroskopischen Streutheorie abgebildet.

Valenzbändern sowie deren korrekte Einteilchenbandstruktur. Die Polarisationsdephasierungszeit τ_{pol} wurde dabei für jede Dichte so angepasst, dass möglichst viele Eigenschaften des NGG-Spektrums mit dem mikroskopischen Spektrum übereinstimmen. Das Resultat ist in Bild (3.4) gezeigt. Im Vergleich mit Bild (3.3) erkennt man eine deutliche Übereinstimmung der wesentlichen spektralen Form, wobei jedoch Einzelheiten wie die Form des Gewinns, die korrekten Resonanzhöhen und das Verhältnis dieser untereinander mit dem τ_{pol} -Zeit Ansatz nicht korrekt wiedergegeben werden können[20].

Die Absorption des Pumplichtes durch einen Quantenfilm ist damit, wie eingangs be-

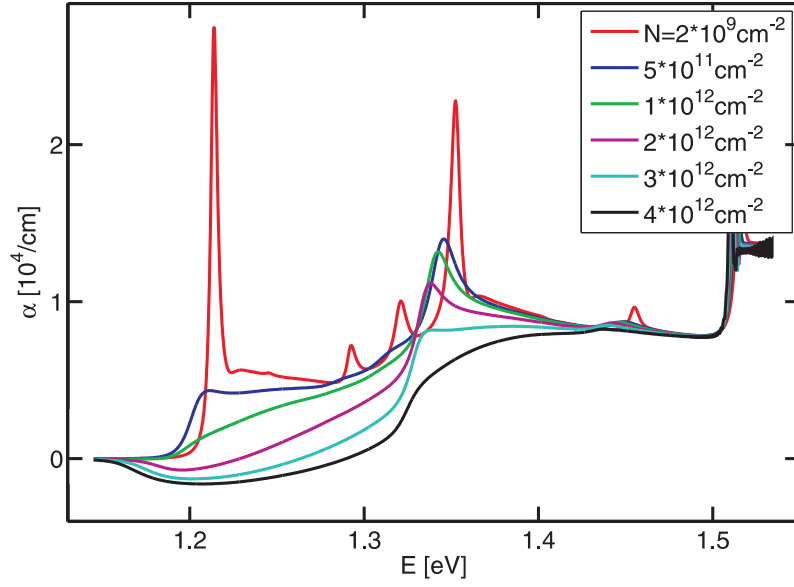


Abbildung 3.3.: Mikroskopische Absorptionsspektren mit 8 nm breiten $(\text{In}_{0.21}\text{Ga}_{0.79})\text{As}$ Quantenfilmen als aktiven VECSEL-Material zwischen $(\text{Al}_{0.06}\text{Ga}_{0.94})\text{As}$ Barrieren. Die Barrierenbandlücke ist bei 1.517 eV.

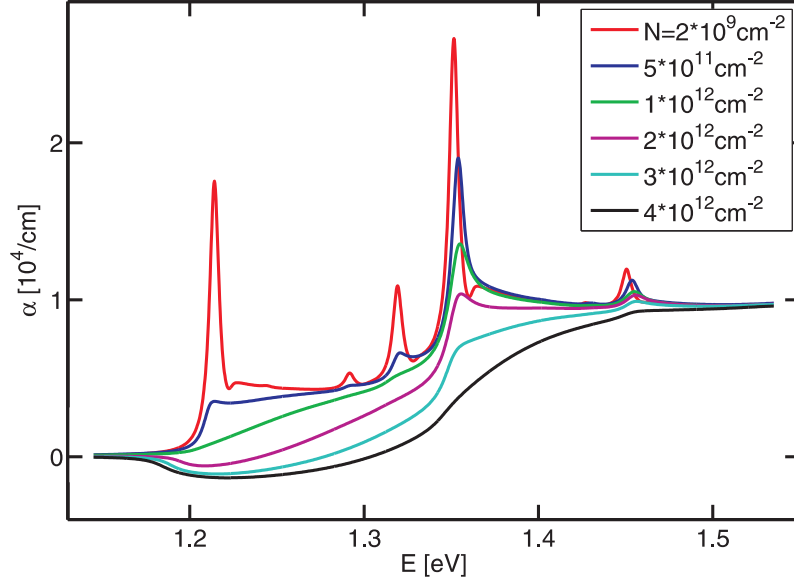


Abbildung 3.4.: Absorptionsspektren für die 8 nm breiten $(\text{In}_{0.21}\text{Ga}_{0.79})\text{As}$ Quantenfilmen, berechnet mit dichte- und Ladungsträgertemperatur abhängiger Polarisationsdephasierungszeit $\tau_{pol}(N, T)$.

schrieben, bereits im Falle von Gleichgewichtsladungsträgerverteilungen stark dichteab-

hängig. Die Pumpabsorption direkt in den Quantenfilm hängt darüber hinaus, analog zur Emission in die Lasermode, von der Licht-Materie Kopplung an der entsprechenden Quantenfilmposition ab. In dem beschriebenen VECSEL sind die Quantenfilmabstände so gewählt, dass sich die aktiven Schichten in den Bäuchen der stehenden Welle zur Lasermode befinden. Im Vorgriff auf Kapitel 3.3.1 ergibt sich dadurch, dass die Quantenfilme im optimalen Fall eine doppelt so hohe Lichtintensität „sehen“ wie im räumlichen Durchschnitt und die Licht-Materie Kopplung entsprechend verstärkt wird. Die Pumpwellenlänge hingegen deckt sich nicht mit dem QW-Abstand im Resonator und die Licht-Materie Kopplung zur Pumpfrequenz ist bei jedem Quantenfilm unterschiedlich. Im Endeffekt werden einige aktive Schichten stärker gepumpt werden als andere und die mittlere Kopplung wird, im Grenzfall sehr vieler aktiver Schichten, eins sein. In der folgenden Betrachtung des Pumpens direkt in die Quantenfilme hinein wird die unterschiedliche Absorption des Pumplichtes an den Quantenfilmpositionen vernachlässigt, und für das optische Confinement des Pumpfeldes an QW-Position ein durchschnittlicher Wert von $|\Gamma| = 1$ angenommen. Damit verhalten sich alle Quantenfilme gleich und die Beschreibung der Polarisation des Systems aus n_{QW} aktiven Schichten vereinfacht sich von $P_{ges} = \sum_i^{n_{QW}} P_i$ zu $P_{ges} = n_{QW} P_1$.

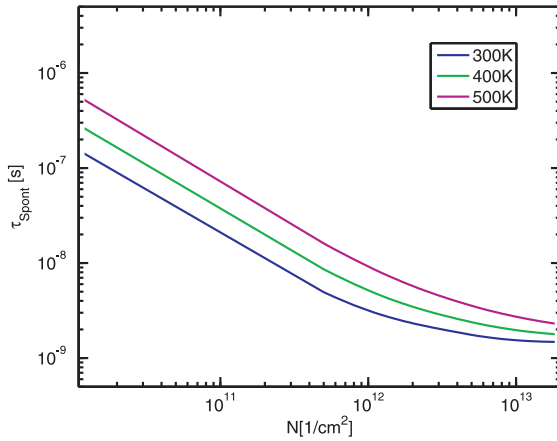


Abbildung 3.5.: Mikroskopisch berechnete Lebensdauer τ_{spont} der Ladungsträger aufgrund von spontaner Emission.

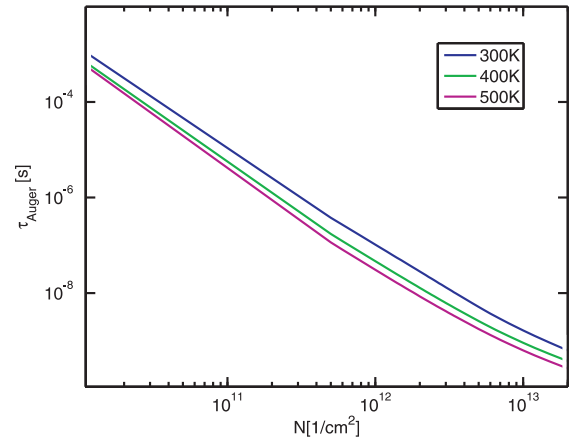


Abbildung 3.6.: Mikroskopisch berechnete Lebensdauer τ_{Auger} der Ladungsträger aufgrund von Auger Prozessen.

3.1.2. Ladungsträgerverluste

Durch Pumpabsorption erzeugte Ladungsträger gehen dem System durch die in Abschnitt 2.4.4 beschriebenen Prozesse verloren. Ebenso wie die mikroskopischen Absorptionsspektren lassen sich die spontane Emission [31] und die Auger-Raten [30] für die konkrete Struktur berechnen. Die aus dieser mikroskopischen Theorie folgenden Ladungsträgerlebensdauern des aktiven Materials sind in den Bildern (3.5, spontane Emission) und (3.6, Auger-Verluste) für unterschiedliche Temperaturen dargestellt. Zunächst einmal ist die Lebensdauer aufgrund spontaner Emission bei gleicher Dichte länger, je höher die Temperatur

des Systems ist. Dies liegt an den für höhere Temperaturen reduzierten Besetzungswahrscheinlichkeiten bei kleinen Wellenvektoren und damit nahe der Bandkante, bei der die spontane Emission hauptsächlich auftritt. Bei der Auger-Rekombination erkennt man das gegenteilige Verhalten. In Dichtebereichen unterhalb etwa $2\text{-}3\cdot 10^{12}\text{ cm}^{-2}$ ist die Lebensdauer eines Ladungsträgers durch spontane Emission kleiner als durch Auger-Verluste. Oberhalb dieser Dichte sättigen die spontanen Verluste, während die Auger-Verluste weiterhin stark steigen und die spontane Emission als stärksten Verlustmechanismus ablösen.

3.2. Nichtgleichgewicht bei optischer Anregung

Dieses Kapitel soll der Frage gewidmet sein, wie stationäre Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilungen in optisch gepumpten Lasern zustandekommen und welchen Einfluss sie auf die Leistungscharakteristik des VECSELS haben. Dazu betrachten wir die stationäre Laseremission unter Dauerstrichanregung mit unterschiedlichen Pumpbedingungen, und untersuchen die resultierenden stationären Ladungsträgerverteilungen auf Nichtgleichgewichtscharakteristika.

Bezogen auf die Leistungscharakteristik stellt sich schnell eine weitere Frage: welches ist die optimale Pumpwellenlänge für das System? Ausgehend von den Gleichgewichtsabsorptionsspektren (Bild (3.4)) und den Dipolübergangsstärken aus Abbildung (3.2) werden anregungsenergieabhängig deutlich unterschiedliche Absorptionen und daher unterschiedliche Ladungsträgererzeugung in verschiedenen Bändern erwartet. Dies wird einen großen Einfluss auf das entstehende Nichtgleichgewicht in den Ladungsträgerverteilungen haben und zudem die Steigungseffizienz direkt, über die Energieabhängigkeit der Absorptionseffizienz η_{abs} und die der Quanteneffizienz η_{quant} , beeinflussen.

Für eine Optimierung von η_{quant} erscheint es natürlich, die Pumpenergie so klein wie möglich zu wählen, um das Verhältnis von $\hbar\omega_{laser}/\hbar\omega_{pump}$ zu maximieren. Bei einem konventionellen VECSEL stellt sich daher zunächst die Frage, ob man in die Barriere oberhalb der Quantentöpfe oder in die Quantentöpfe selbst pumpen möchte.

Die Barrierenvariante hat den deutlichen Vorteil, dass die Barrieren i.A. sehr viel dicker sind als die Quantenfilme. Daher wird ein größerer Prozentsatz des Pumplichts auch wirklich absorbiert und nicht ungenutzt transmittiert. Die Absorptionseffizienz η_{abs} kann dabei Werte von 80-100% erreichen.

Andererseits werden die Barrieren ortsabhängig sehr unterschiedlich stark angeregt, da in tieferen Bereichen nur noch bereits stark geschwächtes Pumplicht zur Verfügung steht. Weiterhin ist bei Barrierepumpen der erwähnte Quantendefekt groß (typische Werte sind $\eta_{quant}^{Barr} \approx 0.75$ im Nahinfrarotbereich [54], bis zu $\eta_{quant}^{Barr} < 0.5$ im mittleren Infrarotbereich [57]), der insbesondere beim Aufheizen der Struktur in realen Systemen, und dem damit verbundenen thermischen Überrollen sehr wichtig ist (siehe auch Kapitel 3.3.5).

In Bezug auf das erwartete Nichtgleichgewicht identifiziert man hierbei noch einen weiteren Prozess: Ladungsträger, die in der Barriere erzeugt wurden, müssen zunächst in die Quantenfilme hinein relaxieren, um am Gewinnaufbau teilnehmen zu können. Die charakteristische Zeitskala dieses Einfangprozesses ist jedoch stark vom strukturellen Aufbau des

Lasersystems abhängig [26] und die Frage ist, unter welchen Umständen dies einen Einfluss auf die Ausprägung des Ladungsträgernichtgleichgewichts haben kann.

Pumpen in die Quantentöpfe bedeutet hingegen, dass nur ein kleiner Teil des Pumplichtes überhaupt absorbiert wird [37, 46] (als Daumenregel kann man von ungefähr 1% Absorption pro Film ausgehen), und die Absorption zudem stark von der Pumpenergie abhängt (siehe Bild (3.4)). Von der absorbierten Pumpleistung steht dann jedoch ein deutlich höherer Anteil der Laserlichterzeugung zur Verfügung [46], der aufgrund der ähnlichen Pump- und Laserenergien η_{quant} bis in den Bereich von 0.9 oder höher gehen kann [37].

Für die folgenden Simulationen vernachlässigen wir das Aufheizen des aktiven Materials und des Resonators und nehmen damit eine unendlich gute Wärmeleitfähigkeit zur Wärmesenke an. Das hat den entscheidenden Vorteil, dass wir die Auswirkungen nichtgleichgewichtsverteilter Ladungsträger auf die Leistungscharakteristik des VECSELs von den Folgen des Aufheizens des Lasers separat untersuchen können und erlaubt so eine eindeutige Zuordnung der verschiedenen Ursachen der beobachteten sublinearen Laserleistungscharakteristik. In Kapitel 3.3, wird das Aufheizen dann explizit berücksichtigt.

Die Gittertemperatur setzen wir im Folgenden auf 305 K, die Laserenergie auf die Designwellenlänge (1045 nm) fest. In realen Systemen auftretende Reflexionsverluste des Pumplichtes an der Oberfläche des aktiven Spiegels vernachlässigen wir in diesem Kapitel, da sie unter den hier betrachteten Bedingungen einzig einen konstanten Faktor $\eta_{reflex} = 1 - P_{reflex}/P_{pump}$, mit der reflektierten Pumpleistung P_{reflex} , zur Pumpabsorption η_{abs} beitragen. In Kapitel 3.3 ändert sich dieses durch die Einführung einer Anti-Reflexionsbeschichtung auf dem aktiven Spiegel.

Nichtgleichgewicht

In der verwendeten Terminologie soll Nichtgleichgewicht als die Abweichung einer aktuellen Ladungsträgerverteilung $n(k)$ von einer theoretischen Verteilung $f(k)$, die bei gleicher Energie und Teilchenzahl einer Fermi-Verteilung als statistische Endverteilung fermionischer Teilchen folgt, verstanden werden.

Als Messgröße für das Nichtgleichgewicht wird daher die relative Abweichung der Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilung in Subband ν von der entsprechenden Gleichgewichtsladungsträgerverteilung (siehe Kapitel 2.4)

$$NGG_{\nu} = \frac{\Delta N_{\nu}}{2N_{\nu}} = \frac{1}{2} \frac{\int |n_{\nu}(k) - f_{\nu}(T_{carr-carr}^{\alpha}, \mu_{carr-carr}^{\alpha}, k)| dk}{\int n_{\nu}(k) dk} \quad (3.4)$$

definiert. Der Faktor 1/2 berücksichtigt die Tatsache, dass die Zahl der Teilchen, die im Nichtgleichgewicht sind, doppelt gezählt wird, einmal durch das $n_{\nu}(k)$ und einmal durch das $f_{\nu}(k)$. Ein Wert für NGG von 0.5 bedeutet also, dass sich die Hälfte der Ladungsträger in Zuständen befindet, die auch im Gleichgewicht der Fermi-Funktion $f_{\nu}(k)$ folgend besetzt wären. Die andere Hälfte befindet sich in Zuständen, die im Gleichgewicht unbesetzt wären. Typische Werte für NGG belaufen sich aber im Bereich von wenigen Promille bis zu einigen Prozent.

Ein weiterer Aspekt des Nichtgleichgewichts sind voneinander abweichende Gitter- und Ladungsträgertemperaturen. Wie in Kapitel 2.4 beschrieben, sind $T_{carr-carr}^\alpha$ und T_{plasma} Messgrößen für die kinetische Energie der Ladungsträger. Diese kinetische Energie steigt durch den im System verbleibenden Energieüberschuss von Pump- zu Emissionsenergie (Quantendefekt) und wird über Streuung mit Phononen an das Kristallgitter abgegeben. Abhängig von der Effizienz der Kopplung an die Phononen ergibt sich nun ein Temperaturunterschied zwischen Ladungsträgern und Gitter.

Somit entsteht bereits unter den angenommenen Bedingungen einer konstanten Gittertemperatur, und den daher nicht beschriebenen Effekten wie dem thermischen Überrollen oder der pumpleistungsabhängigen Emissionswellenlänge, eine Abhängigkeit der Schwellenladungsträgerdichte von der Pumpleistung.

		T[K]					T[K]				
		300	325	350	375	400	300	325	350	375	400
	$\hbar\omega_{pump}$	$\tau_e[fs]$					$\tau_h[fs]$				
	N [10^{12} cm^{-2}]										
1.27 eV	0.5	512	447	390	330	302	213	172	150	137	114
	2.0	512	496	490	442	391	156	130	122	99	95
	8.0	257	219	169	172	167	101	90	97	90	87
1.33 eV	0.5	422	356	324	336	285	140	112	104	98	87
	2.0	637	509	489	422	380	156	130	122	99	95
	8.0	218	167	192	182	180	101	90	97	90	87
1.39 eV	0.5	464	356	285	303	318	102	112	94	72	61
	2.0	521	512	459	411	377	142	136	103	103	102
	8.0	222	231	237	223	230	90	92	91	83	82
1.45 eV	0.5	410	392	370	343	303	105	94	94	85	78
	2.0	525	462	441	404	362	118	111	103	105	98
	8.0	256	206	200	200	200	86	85	85	85	85

Tabelle 3.1.: Temperatur-, dichte- und anregungsenergieabhängige Leitungs- und Valenzbandstreuzeiten.

Streuratzen

Für die folgenden Rechnungen werden mikroskopisch berechnete, temperatur-, dichte- und anregungsenergieabhängige Intrabandladungsträgerstreuratzen[23] verwendet. Die Streu-

zeiten $\tau_{\alpha} = 1/\gamma_{carr-carr}^{\alpha}$ sind in Tabelle 3.1 dargestellt. Die Plasmastreuzzeit, τ_{plasma} , und die Streuung mit den Gitterschwingungen, τ_{phonon} , werden gleichgroß zu jeweils 1 ps angenommen[24].

3.2.1. Quantenfilm-Pumpen

Zunächst betrachten wir die Einflüsse des Nichtgleichgewichts auf die VECSEL-Charakteristik bei Pumpwellenlängen, für die die Barrieren transparent, die Quantenfilme als aktive Schichten jedoch absorbierend wirken. Im untersuchten VECSEL sind dies Pumpenergien oberhalb der Quantenfilmbandkante bei 1.223 eV und unterhalb der Barrierenbandkante von 1.517 eV.

Um optischen Gewinn an der Bandkante, also im Bereich der designierten Laserenergie, zu realisieren, ist eine Besetzungsinversion am Γ -Punkt, mithin also eine hohe Ladungsträgerdichte, nötig. Absorption jedoch kann nur stattfinden, wenn der Phasenraumfüllfaktor positiv ist, d.h. bei Wellenvektoren deutlich oberhalb von $k = 0$. Liegt die verwendete Pumpenergie nun zu nahe an der Bandkante, wird die Absorption durch das Pauli-Abstoßungsprinzip ausgeblendet. Weiterhin ist der Überlapp zwischen den verschiedenen Quantenfilmbändern k -abhängig, und sinkt z.B. bei dem wichtigen e1h1 Übergang (vergleiche Abbildung (3.2)) mit steigendem Impuls. Dadurch gibt es also bereits bei der Absorption im Quantenfilm ein Optimierungsproblem zwischen sinkender Absorption aufgrund von Pauli-Abstoßung durch bereits vorhandene Ladungsträger bei vornehmlich kleinen Impulsen, und einer für höhere k abnehmenden Dipolübergangsamplitude. Dieses Optimierungsproblem wurde bereits in [58] bei Zwei- und Dreibandssystemen untersucht. Dabei ergaben sich pumpleistungsabhängig optimale Pumplaserenergien, bei denen bei gleicher eingestrahelter Leistung maximale Laseremission erreicht wird.

In realistischen Lasern liegen jedoch höhere Bandübergänge im relevanten Energiebereich und modifizieren das Gesamtproblem erheblich, wie die Absorptionsspektren in Bild (3.4) zeigen. Eine Untersuchung des Einflusses der Anregungsfrequenz sowie der erwarteten Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilungen eines optisch gepumpten VECSELs auf dessen Leistungscharakteristik muss also alle relevanten Leitungs- und Valenzbänder berücksichtigen.

Nichtgleichgewichtsverteilungen durch optisches Pumpen

Für die Simulationen beschreiben wir das System mit Hilfe der in Kapitel 2 vorgestellten Theorie. Das Laserfeld modellieren wir in monomodaler Näherung und mit einer optischen Modenstärke an den Quantenfilmpositionen von $|u_{laser}| = 2$. Die optischen Verluste berechnen sich dann mit Gleichung (2.39) sowie $R_1 = 0.9999$, $R_2 = 0.98$ und $T_{loss} = 0.99$.

Die Laseremission ergibt sich als

$$P_{out} = -\ln R_2 \cdot P_{intern} \quad (3.5)$$

mit der Reflektivität des Auskoppelspiegels R_2 und der internen Laserlichtleistung [59]

$$P_{intern} = \frac{1}{2} A \varepsilon_0 c_0 n_b E_{intern}^2. \quad (3.6)$$

Hierbei ist A die Fläche, aus der der Laser emittiert, ε_0 die dielektrische Konstante, n_b der Hintergrundbrechungsindex an der Position, an der das Feld gemessen wird, und c_0 die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Bei der Bestimmung der Feldstärke des internen elektrischen Feldes E_{intern} muss berücksichtigt werden, dass ein Detektor, der dieses Feld misst, intern eine Integration innerhalb eines gewissen Detektorvolumens vornimmt, also insbesondere die mittlere räumliche Modenstärke wahrnimmt. Daher folgt für dieses System, dass die mittlere interne Laserlichtleistung proportional zu $E_{intern}^2 = 0.5 E_{QW}^2$ mit der elektrischen Feldstärke an der Quantenfilmposition $E_{QW} = E_{QW}(z = z_{QW}, t)$ (siehe Gleichung 2.36) ist.

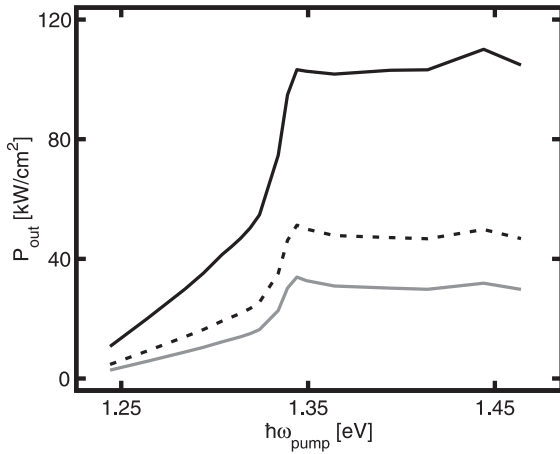


Abbildung 3.7.: VECSEL-Emission bei Anregung in den Quantenfilm mit verschiedenen Pumpenergien und Pumpintensitäten von 984 kW/cm^2 (durchgezogene schwarze Linie), 437 kW/cm^2 (schwarz gestrichelt), und 280 kW/cm^2 (grau durchgezogen).

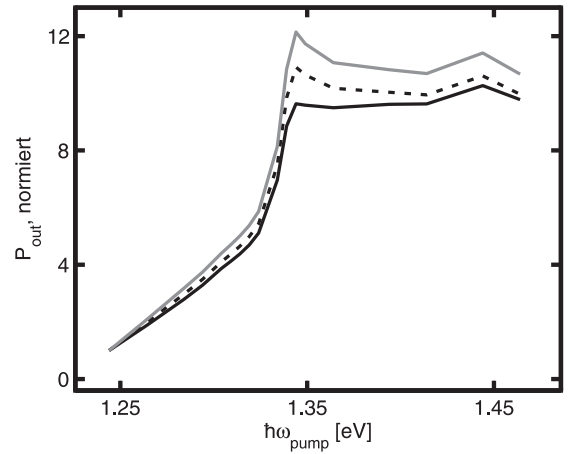


Abbildung 3.8.: Normierte VECSEL-Emission bei Quantenfilmanregung mit verschiedenen Pumpenergien und Pumpintensitäten wie bei Bild (3.7). Zur Normierung wurde die entsprechende Emission bei 1.244 eV herangezogen.

In Abbildung (3.7) ist die Laseremission in Abhängigkeit von der Pumpenergie für verschiedene Pumpintensitäten von 280 kW/cm^2 (graue Linie) bis 984 kW/cm^2 (durchgezogene schwarze Linie) dargestellt. Zunächst erkennt man eine deutliche Pumpenergieabhängigkeit der emittierten Laserleistung, die im Wesentlichen dem Verlauf der Absorption bei Dichten um $2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ in Bild (3.4) folgen. Sichtbar ist dabei vor allem die Absorption am Dipolübergang zwischen dem zweiten Valenzband und dem zweiten Leitungsband ($h2-e2$, vergleiche auch Bild (3.2)). Eine Erhöhung der Pumpenergie bewirkt also wie erwartet eine Erhöhung der Laseremission und damit der Steigungseffizienz η durch verbesserte Absorption des Pumplichtes.

Wenn Nichtgleichgewicht unter diesen Umständen keine Rolle spielen sollte, müsste eine Erhöhung der Pumpleistung einzig zu einer linearen Zunahme der Laseremission führen, da für alle P_{pump}

$$P_{out} = \eta_{abs}(\hbar\omega_{pump})\eta_{quant}(\hbar\omega_{pump})\eta_{output} \cdot (P_{pump} - P_s) \quad (3.7)$$

erfüllt sein müsste. Also müsste für beliebige Pumpleistungen $P_{pump,1}$, $P_{pump,2}$ mit $(P_{pump,2} - P_s) = \alpha(P_{pump,1} - P_s)$ gelten

$$\begin{aligned} P_{out,2} &= \eta_{abs}(\hbar\omega_{pump})\eta_{quant}(\hbar\omega_{pump})\eta_{output} \cdot (P_{pump,2} - P_s) \\ &= \eta_{abs}(\hbar\omega_{pump})\eta_{quant}(\hbar\omega_{pump})\eta_{output} \cdot \alpha(P_{pump,1} - P_s) \\ &= \alpha P_{out,1}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Insbesondere folgt daraus, dass $P_{out,2}$, unabhängig von der Anregungsenergie, proportional zu $P_{out,1}$ ist. In Abbildung (3.8) betrachten wir daher die Laseremission für die verschiedenen Pumpleistungen aus Bild (3.7), normiert auf die Emission der kleinsten untersuchten Pumpenergie, da dort die Emission aus dem Laser am niedrigsten und daher eventuell auftretende Nichtgleichgewichtseffekte am schwächsten sein sollten. Im Vergleich ist eine pumpenergieabhängige Abweichung der normierten Emissionen mit steigender Pumpleistung und Pumpenergie erkennbar. Gleichung (3.7) kann also nicht die korrekte Beschreibung von eingestrahelter zu emittierter Leistung sein. Vielmehr werden η_{abs} , η_{quant} und P_s pumpleistungsabhängig sein.

Das diese Abweichungen von der einfachen Parametrisierung (3.7) auf Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilungen zurückzuführen ist, sieht man deutlicher an Bild (3.9).

Im Unterbild (a) sind dort die Ladungsträgertemperaturen T^α (schwarz gestrichelt für Elektronen und gepunktet für Löcher) und die Plasmatemperatur T_{plasma} (schwarz durchgezogen) für die untersuchten Pumpenergien bei einer Pumpintensität von 437 kW/cm² dargestellt. Abhängig von der Pumpenergie steigt die Elektronentemperatur bis zu 40 K über die Gittertemperatur von 305 K.

Diese Temperaturerhöhung verursacht bereits ein signifikantes Ausbleichen von Absorption und Gewinn, das zur weiteren Erfüllung der Laserbedingung eine deutlich erhöhte Ladungsträgerdichte nach sich zieht (graue Linie, rechte Skala in Unterbild (a)).

Neben der mittleren kinetischen Energie der Ladungsträger im System, ausgedrückt durch die Temperaturen T^α und T_{plasma} , zeigen sich auch noch deutlich Abweichungen der Ladungsträgerbesetzungen von einer Fermi-funktionsartigen Verteilung. Das Ladungsträgergleichgewicht NGG als Messgröße dieser Abweichungen in den verschiedenen Bändern ist in den Teilbildern (b) und (c) von Bild (3.9) dargestellt. Auch hier ist eine starke Zunahme des Nichtgleichgewichts am h2-e2 Dipolübergang für alle Bänder beobachtbar. Anders als bei den Ladungsträgerverteilungen werden hier jedoch noch weitere Resonanzen, z.B. der Übergang bei 1.3 eV und bei ca. 1.45 eV sichtbar. Die Größenordnung des NGG ist bei diesen Pumpintensitäten im Bereich von Promille bis Prozent, wobei die Abweichungen in den Leitungsbandverteilungen deutlich größer als in den Valenzbändern ausfallen.

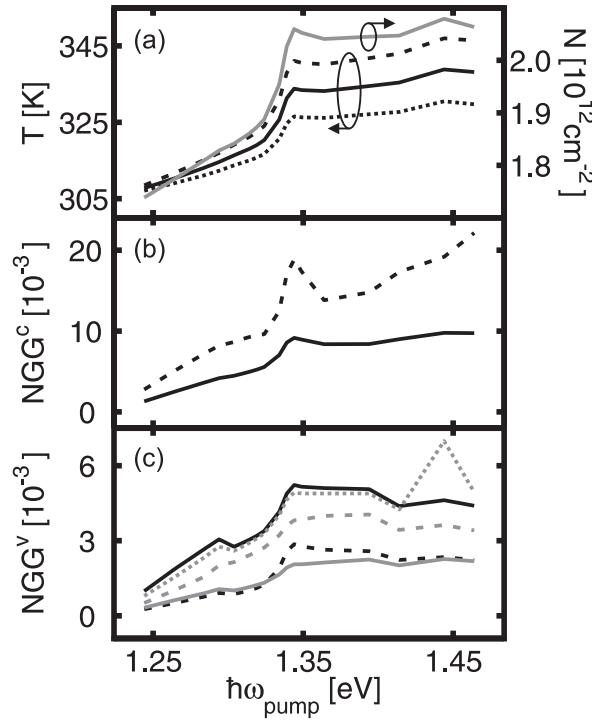


Abbildung 3.9.: Abhängigkeit der Ladungsträgerstreutemperaturen, der Ladungsträgerdichte und des Nichtgleichgewichts von der Anregungsenergie für eine Pumpintensität von 437 kW/cm^2 . Unterbild (a) zeigt die Plasmatemperatur T_{plasma} (durchgezogene schwarze Linie), die Elektronentemperatur $T_{\text{carr-carr}}^e$ (schwarz gestrichelt) sowie die Löchertemperatur $T_{\text{carr-carr}}^h$ (schwarz gepunktet). In grau ist die Ladungsträgerdichte gezeigt (rechte Skala). In Unterbild (b) sind die Werte für das Nichtgleichgewicht der stationären Ladungsträgerverteilungen NGG der im Quantenfilm gebundenen Elektronenbänder (durchgezogen: erstes Elektronenband, c1; gestrichelt: zweites Elektronenband, c2) dargestellt. Unterbild (c) zeigt das Nichtgleichgewicht der gebundenen Lochbänder (v1 schwarze durchgezogene Linie, v2 schwarz gestrichelt, v3 grau durchgezogen, v4 grau gestrichelt und v5 grau gepunktet).

Um einen Eindruck zu bekommen, was diese Abweichung von einer Fermi-Verteilung für die Ladungsträgerverteilung bedeutet, ist in Bild (3.10) die Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilung des ersten Leitungsbands (durchgezogene Linie) und die entsprechende Fermi-Verteilung (gestrichelte Linie) für die Temperatur T^e und der NGG-Verteilung entsprechenden Dichte, bei einer Pumpenergie von 1.344 eV und einer Pumplintensität von $P_{\text{pump}} = 437 \text{ kW/cm}^2$ gegen den Betrag des Wellenvektors k gezeigt.

Besonders im Bereich um $k = k_{\text{laser}} \approx 0$ der stimulierten Rekombination an der Laserfrequenz, ergibt sich eine deutliche Absenkung der Ladungsträgerbesetzungen. Im Bereich der Pumpenanregung ($k \sim 4.5 k_{\text{Bohr}}$) erkennt man eine leicht erhöhte Besetzung, deren Nichtgleichgewichtscharakter jedoch deutlich weniger stark ausgeprägt ist als die verringerte Besetzung durch stimulierte Rekombination. Dieser Unterschied verschwindet, wenn

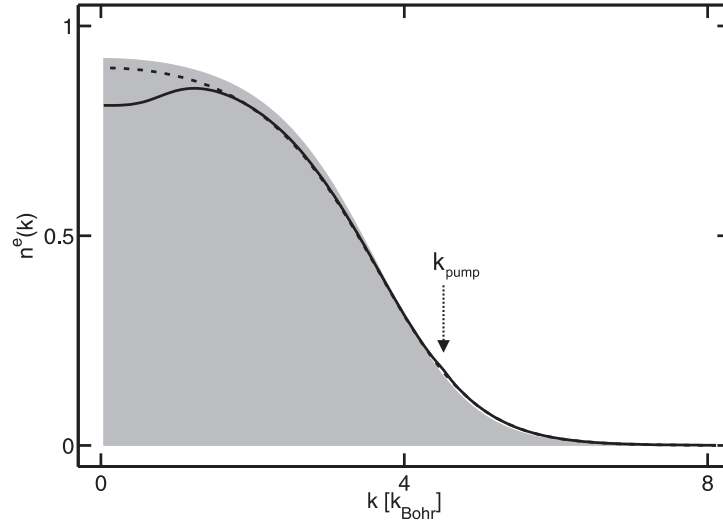


Abbildung 3.10.: Stationäre Ladungsträgerverteilung im ersten Leitungsband bei Pump-anregung von 437 kW/cm^2 und $\hbar\omega_{\text{pump}} = 1.344 \text{ eV}$. Die durchgezogene Linie entspricht der stationären Nichtgleichgewichtsverteilung (NGG) aus der Simulation. Gestrichelt ist eine Fermi-verteilte Ladungsträgerverteilung gleicher Dichte ($N = 2.06 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$) und Plasmatemperatur ($T_{\text{plasma}} = 333.7 \text{ K}$) wie bei der NGG-Verteilung eingezeichnet. Grau hinterlegt ist eine Gleichgewichtsverteilung bei Gittertemperatur ($T_{\text{gitter}} = 305 \text{ K}$).

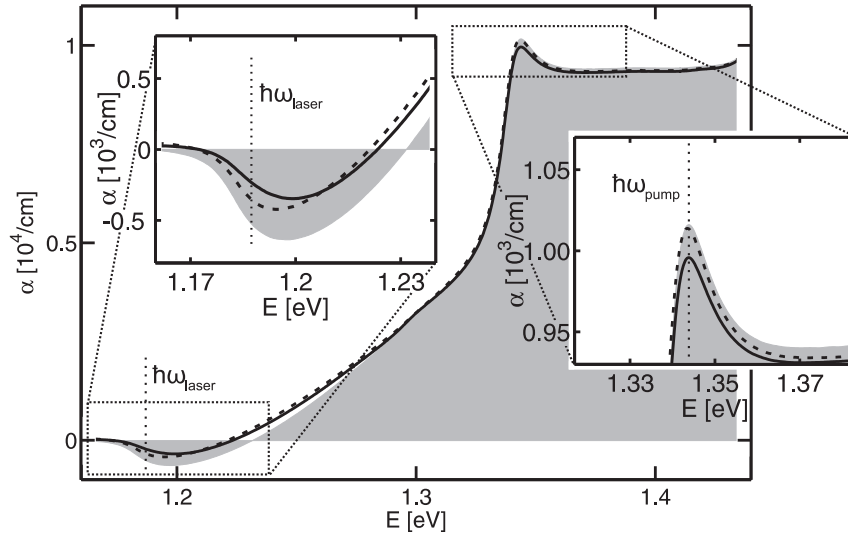


Abbildung 3.11.: Amplitudengewinn- und Absorptionsspektrum im stationären Zustand bei Pumpanregung von 437 kW/cm^2 und $\hbar\omega_{\text{pump}} = 1.344 \text{ eV}$. Die durchgezogene Linie zeigt das Spektrum zur NGG-Verteilung aus Bild (3.10), die gestrichelte Linie die der Fermi-verteilten Ladungsträgerverteilung bei Plasmatemperatur. Grau hinterlegt ist das Absorptionsspektrum bei Gittertemperatur.

man nicht gegen den Betrag des Wellenvektors aufträgt, sondern gegen die Zustandsdichte im betrachteten k -Intervall. Daraus ergibt sich, dass Ladungsträgerbesetzungen bei kleinen k deutlich weniger zur Gesamtpopulation beitragen als bei hohen k , und leichte Abweichungen bei großen Wellenvektoren eine vergleichbare Anzahl von Ladungsträgern im Nichtgleichgewicht repräsentieren können wie deutliche Abweichungen bei niedrigen k .

Grau hinterlegt in Bild (3.10) ist eine Ladungsträgerverteilung, die sich bei gleicher Ladungsträgerdichte und $T = T_{\text{Gittertemperatur}}$ ergeben würde.

In Bild (3.11) sind die aus den verschiedenen Ladungsträgerverteilungen folgenden Absorptionsspektren verglichen. Im Bereich des optischen Gewinns nahe der Bandkante ($E_{\text{gap}} = 1.223 \text{ eV}$) sind die stärksten Unterschiede der Absorptionsspektren sichtbar³. Aus der Gleichgewichtsladungsträgerverteilung zur Gittertemperatur (grau hinterlegt) folgt ein etwa 50% höherer Materialgewinn an der Laserenergie (als gepunktete Linie eingezeichnet) als aus der Ladungsträgerverteilung zur Plasmatemperatur (gestrichelte Linie) bei gleicher Gesamtladungsträgerdichte. Auch die reduzierte Besetzung von Ladungsträgern in der NGG-Verteilung bei k_{laser} macht sich im Absorptionsspektrum deutlich bemerkbar, indem der optische Gewinn gegenüber der Gleichgewichtsverteilung bei gleicher mittlerer Energie nochmal um rund 40% einbricht.

Bei der Pumpenergie ist ein weniger ausgeprägtes, aber dennoch vorhandenes Ausbleichen der Absorption durch höhere Ladungsträgertemperatur und insbesondere für die Nichtgleichgewichtsverteilung erkennbar.

Jedoch muss an dieser Stelle bedacht werden, dass aufgrund der Laserbedingung im stationären Laserbetrieb der Gewinn und nicht die Ladungsträgerdichte geklemmt ist. Also würde ein Laser, dessen Ladungsträgerverteilung im stationären Zustand Fermi-verteilt bei $T = T_{\text{gitter}}$ sei, unter denselben Pumpbedingungen wie in Bild (3.11) eine gerade so hohe Gesamtladungsträgerdichte aufweisen, dass der Gewinn an der Laserenergie dem Wert des Nichtgleichgewichtsgewinns aus Bild (3.11) an eben jener Energie entspräche. Die Ladungsträgerdichte wird, wie man aus den obigen Gewinnspektren direkt sieht, daher kleiner als die beobachtete Nichtgleichgewichtsladungsträgerdichte sein, und somit ein geringeres Ausbleichen der Pumpabsorption bewirken.

Es stellt sich nun also die Frage, welcher der beobachteten Effekte den dominierenden Beitrag zu dem sublinearen Verhalten der Laserausgangsleistung mit der Pumpleistung leistet: die Erhöhung der Ladungsträgerdichte und damit der Schwellpumpintensität durch temperatur- und nichtgleichgewichtsreduzierten Gewinn an der Laserenergie oder die reduzierte Pumpabsorption, die durch eben jene erhöhte Dichte verursacht wird.

Diese Frage kann mithilfe der Leistungscharakteristik aus Abbildung (3.12) beantwortet werden. Im Unterbild (a) ist die emittierte Laserintensität unter Berücksichtigung der vollen NGG-Theorie gegen die Pumpintensität für die Pumpenergien $\hbar\omega_{\text{pump}} = 1.294 \text{ eV}$ (rot), 1.344 eV (schwarz) und 1.444 eV (grün) geplottet.

Die gepunkteten Linien wurden nach Gleichung (3.3) berechnet und repräsentieren daher

³Die unphysikalische Absorption energetisch unterhalb des optischen Gewinns ist ein Artefakt, das durch die Verwendung der τ_{pol} -Zeit Näherung der Polarisationsdephasierung entsteht [20], und hat auf die weitere Betrachtung keinen Einfluss.

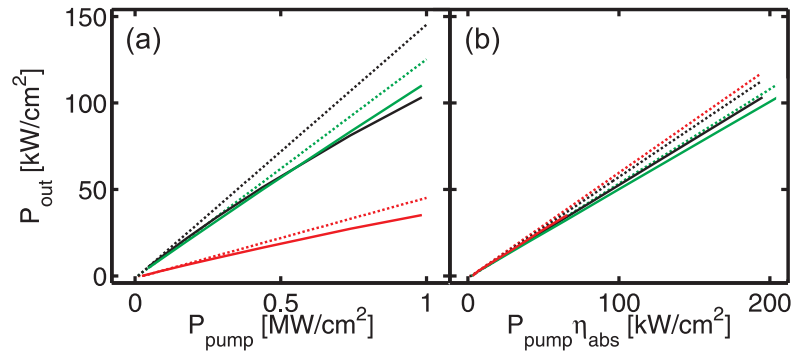


Abbildung 3.12.: Leistungscharakteristik unter Quantenfilmpumpbedingungen und Pumpenergien von 1.294 eV (rot), 1.344 eV (schwarz) und 1.444 eV (grün). Das Teilbild (a) zeigt die Laseremissionsintensität in Abhängigkeit der Pumpintensität, das Teilbild (b) in Abhängigkeit der absorbierten Pumpleistung $P_{\text{abs}} = \eta_{\text{abs}} \cdot P_{\text{pump}}$. Volle Linien entsprechen den Nichtgleichgewichtssimulationen, die gepunkteten Linien der zu erwartenden Leistungscharakteristik berechnet nach Gleichung (3.3)

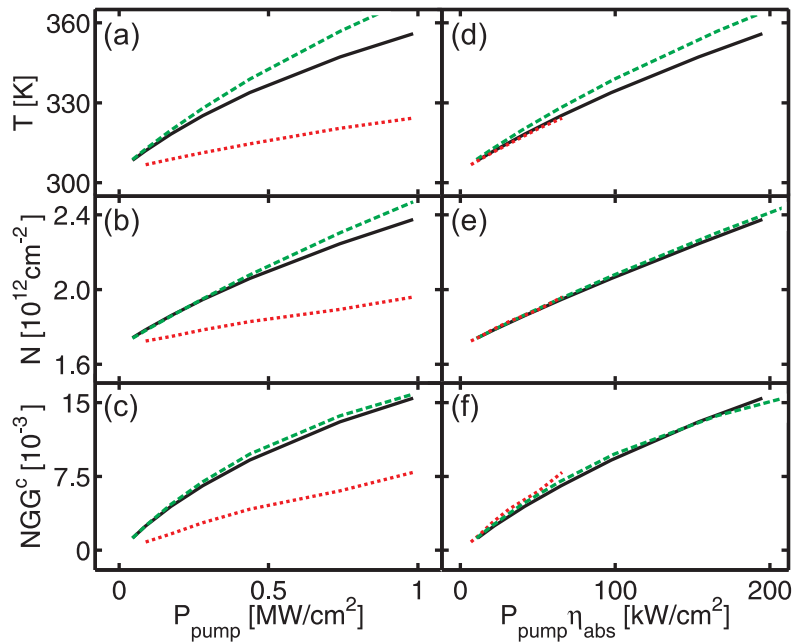


Abbildung 3.13.: Ladungsträgertemperatur (a,d), -dichte (b,e) und Nichtgleichgewicht (c,f) entsprechend der Simulationen der Leistungscharakteristik in Bild (3.12). In der linken Spalte (a-c) sind die Daten in Abhängigkeit der Pumpintensität, in der rechten Spalte (d-f) in Abhängigkeit der absorbierten Pumpleistung aufgetragen. Die schwarz durchgezogenen Linien entsprechen $\hbar\omega_{\text{pump}} = 1.344 \text{ eV}$, die rot gepunkteten 1.294 eV und die grün gestrichelten 1.444 eV.

Gleichgewichtsladungsträgerbedingungen. Dabei wurde für η_{abs} die NGG-Absorption der Pumpleistung nahe der Schwelle zugrundegelegt, und die Schwellenwerte angefitet.

Zunächst fällt auf, dass die berechnete NGG-Laseremission für alle betrachteten Pumpenergien kleiner als die erwartete Emission unter der Annahme einer strikt linearen Steigungseffizienz ausfallen, das Ergebnis aus Bild (3.8) also bestätigt wird. Die Abweichungen sind wie erwartet pumpintensitätsabhängig und fallen für die verschiedenen Pumpenergien unterschiedlich stark aus.

Der Vergleich mit dem Teilbild (b) löst nun die obige Fragestellung: Dort ist die emittierte Pumpintensität gegen die absorbierte Pumpleistung, also $P_{pump} \cdot \eta_{abs}$ aufgetragen. Dazu wurde die Absorption an der Pumpenergie zu jedem Datenpunkt aus den Nichtgleichgewichtsabsorptionsspekten bestimmt, und mit der Pumpleistung multipliziert. Die übrigbleibenden Abweichungen zwischen der Nichtgleichgewichtslaseremissionscharakteristik und dem linearen Zusammenhang rührt nun von der Erhöhung der Ladungsträgerdichte und den damit verbundenen Verlusten - in der Sprache von Gleichung (3.3) also von P_s - her. Quantitativ folgt daraus, dass rund 3/4 der beobachteten Abweichung der Lasercharakteristik vom linearen Verhalten, beschrieben durch Gleichung (3.3), auf die reduzierte Absorption zurückzuführen ist, und ca. ein Viertel durch die höhere Ladungsträgerdichte an sich.

Auch die unterschiedlichen Lasercharakteristiken für verschiedene Pumpenergien erweisen sich nun als Effekt der Pumpabsorption. Dies wird bei der Betrachtung der Größen Plasmatemperatur T_{plasma} , Ladungsträgerdichte N und dem Nichtgleichgewicht (hier exemplarisch das des ersten Leitungsbandes) in Bild (3.13) klar. Zeigen diese Systemgrößen der verschiedenen $\hbar\omega_{pump}$ gegen die einfallende Pumpintensität aufgetragen (a-c) noch starke Unterschiede, so reduzieren sich diese bei der Betrachtung in Abhängigkeit der absorbierten Pumpintensität (d-f) nahezu vollständig. Die Plasmatemperatur bietet hier eine Ausnahme, die auf die unterschiedlichen Quantendefekte zurückzuführen ist. N und das Nichtgleichgewicht NGG , sowie in gewissen Grenzen auch T_{plasma} , sind also bei gleicher absorbierten Pumpleistung nahezu unabhängig von $\hbar\omega_{pump}$, womit sich die beobachteten, sich nur schwach unterscheidenden Laseremissionen aus Bild (3.12,b) erklären.

Die größten Unterschiede zwischen der Lasercharakteristik gegen die eingestrahlte und gegen der absorbierten Pumpleistung wird bei $\hbar\omega_{pump} = 1.344 \text{ eV}$ beobachtet. Dies liegt am Ausbleichen der $h2-e2$ Absorptionsresonanz durch die steigende Ladungsträgerdichte.

Zusammenfassend kann man also sagen, dass sich bei quantenfilmgepumpten VECSELn durch den Quantendefekt und die stimulierte Emission aus den Zuständen $k = k_{laser}$ eine von der Pumpintensität abhängige Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilung einstellt, die zum einen durch eine gegenüber der Gittertemperatur erhöhte Ladungsträgertemperatur und zum anderen durch eine reduzierte Ladungsträgerbesetzung bei $k = k_{laser}$ charakterisiert ist. Beides reduziert den optischen Gewinn, woraufhin die Ladungsträgerdichte zur weiteren Erfüllung der Laserbedingung ansteigt. Mit der Ladungsträgerdichte steigen auch die Ladungsträgerverluste und damit die Schwellpumpintensität. Andererseits reduzieren die NGG-Verteilung und die erhöhte Ladungsträgerdichte die Pumpabsorption.

Die Relevanz der reduzierten Pumpabsorption zeigt sich, wenn man typische Werte aus Experimenten quantenfilmgepumpter VECSEL der Theorie gegenüberstellt. In Quelle [37]

wurden absorbierte Pumpleistungsintensitäten von rund 36 kWcm^{-2} bei 840 nm Laseremissionswellenlänge und in [46] absorbierte Pumpleistungsintensitäten von rund 19 kWcm^{-2} bei $2.35 \mu\text{m}$ beobachtet. Bereits bei einer absorbierten Pumpintensität von 40 kWcm^{-2} beträgt die reduzierte Absorption in dem untersuchten Modell rund 13%, der Effekt ist also bereits bei heutigen Experimenten nicht mehr zu vernachlässigen und wird auf der Jagd nach immer höheren Laserleistungen aus quantenfilmgepumpten Lasern nur noch an Bedeutung zunehmen.

3.2.2. Barriere-Pumpen

Nach den Ergebnissen des vorangegangenen Abschnitts sind insbesondere die Ausbleicheffekte der Pumpabsorption für die sinkende Konversionseffizienz des eingestrahlteten Pumplichtes in emittiertes Laserlicht bei steigender Pumpintensität verantwortlich. Dem Ausbleichen der Pumpabsorption begegnet man häufig durch Pumpenergien oberhalb der Barrierenbandkante, so dass der größte Teil der Absorption in den Barrieren stattfindet. Hier ist die Zustandsdichte größer als in den Quantenfilmen, womit Ausbleicheffekte reduziert werden. Diese Wahl der Pumpenergie bedeutet andererseits, dass die Ladungsträger, die in der Barriere erzeugt worden sind, zunächst einmal in die Quantenfilme hineinrelaxieren (in-Well Relaxation) müssen, um an der Bildung des optischen Gewinns teilnehmen zu können. Entsprechende Relaxationsraten sind wie erwähnt stark abhängig vom konkreten Aufbau, insbesondere dem Überlapp der elektronischen Wellenfunktionen von Barriere und Quantenfilm [26, 27, 60, 28].

Ist diese Relaxationszeit jedoch in der Größenordnung der charakteristischen Zeitskala, mit der die Ladungsträger stimuliert rekombinieren, so limitiert die Relaxation in den Quantenfilm die stimulierte Emission. Infolgedessen steigt die Ladungsträgerdichte in der Barriere, und daraus resultierende Verluste nehmen zu während die Absorption ausbleicht.

Eine wichtige erste Fragestellung besteht also darin, den Parameterbereich der in-Well-Relaxationszeit zu bestimmen, in der nur geringe stationäre Barriereladungsträgerdichten erzeugt werden, und damit *keine* Limitierung der Ausgangsleistung durch die Bildung eines Flaschenhalses in der Ladungsträgerrelaxation vorliegt.

Zur Beschreibung des Barrierepumpens nehmen wir zwei Barrierenbänder zu den sieben gebundenen Quantenfilmbändern hinzu. Vereinfachend kann man für die Barrierenbänder parabolische Energiedispersionen mit effektiven Massen $m^e = 0.067 \cdot m_0$ und $m^h = -0.5 \cdot m_0$ annehmen. Die Barrierenbandkante positionieren wir übereinstimmend mit den mikroskopischen Rechnungen (vgl. Bild (3.3)) bei 1.517 eV. Die Pumpanregung erfolgt bei einer Wellenlänge von 800 nm (entspricht 1.55 eV).

Die Abschwächung der Pumpleistung durch die Pumpabsorption in den Barrieren soll in der folgenden Untersuchung nicht betrachtet werden. Es wird vielmehr eine homogene Ladungsträgerdichte über die gesamten Barrieren angenommen, die wir durch den ausgleichenden Effekt der Ladungsträgerdiffusion aus stark angeregten Bereichen in weniger stark angeregte Bereiche (also den weiter von der Oberfläche des aktiven Spiegels entfernten Bereichen) motivieren.

Zunächst betrachten wir die VECSEL-Emission für steigende Relaxationszeiten $\tau_{in-well}$.

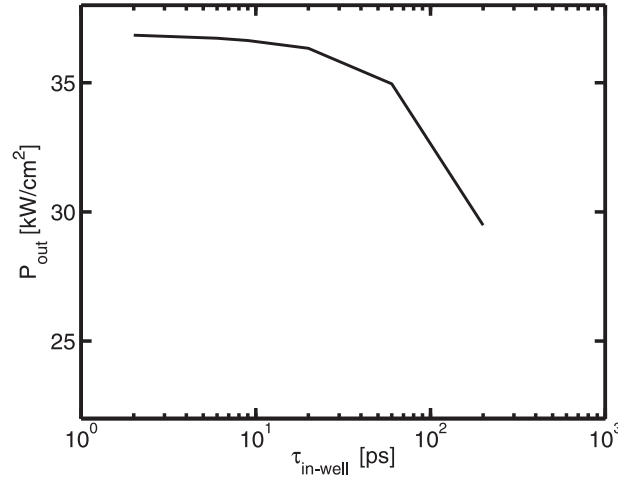


Abbildung 3.14.: Laserausgangsintensität in Abhängigkeit der Quantenfilmeinstreuzeit τ_{inWell} bei einer Pumpintensität von 78.5 kWcm^{-2} .

In Abbildung (3.14) ist dies exemplarisch für eine Pumpintensität von $P_{pump} = 78.5 \text{ kWcm}^{-2}$ gezeigt. Nachdem die Laseremission für $\tau_{in-well}$ kleiner etwa 20 ps nahezu unabhängig von $\tau_{in-well}$ ist, sinkt die Laseremission bei weiter steigender Relaxationszeit deutlich ab.

Das dies auf das dynamische Gleichgewicht zwischen der Ladungsträgerdichte im Quantenfilm (N^{QW}) und in der Barriere (N^{Barr}) zurückzuführen ist, und nicht, wie bei der Pumpanregung direkt in die Quantenfilme hinein, auf steigende Ladungsträgertemperaturen und steigendes Nichtgleichgewicht, sieht man in Abbildung (3.15). Im oberen Bild ist dort die Quantenfilmdichte (gestrichelte Linie), und die zur besseren Vergleichbarkeit durch die Breite l_{barr} der Barriere geteilte Barrierenladungsträgerdichte (durchgezogene Linie) dargestellt. Über die volle Variation des Streuzeit $\tau_{in-well}$ hinweg tritt nur eine sehr schwache Veränderung der Quantenfilmdichte auf, während die Barrierendichte ab $\tau_{in-well} > 20 \text{ ps}$ deutlich zu steigen beginnt. Nun ist die durchschnittliche Verweildauer eines Ladungsträgers in der Barriere größer als im Quantenfilm, womit die residente Ladungsträgerdichte in der Barriere steigen muss, um weiterhin (nahezu) konstante Quantenfilmdichte gewährleisten zu können. Letzteres ist wieder aufgrund der Laserbedingung im stationären Laserbetrieb zwingend notwendig⁴.

Die Plasmatemperatur T_{plasma} und das Ladungsträgernichtgleichgewicht NGG^{c1} im ersten Leitungsband (unteres Bild) sinken sogar leicht mit steigender Streuzeit. Dieses etwas paradox anmutende Verhalten liegt daran, dass durch die höhere Gesamtdichte mehr Ladungsträger nichtstrahlend und spontan rekombinieren, so dass die Schwellpumpintensität steigt und damit die Laserausgangsleistung sinkt. Dadurch wiederum verbleibt auch weniger Energie durch den Quantendefekt im Ladungsträgersystem, und die Temperatur sinkt.

⁴Genaugenommen ist der modale Gewinn geklemmt, aber in diesem Fall ist auch die Ladungsträgertemperatur und das NGG der Ladungsträger nahezu unabhängig von $\tau_{in-well}$, womit sich die Laserbedingung auf konstantes N_{QW} reduziert.

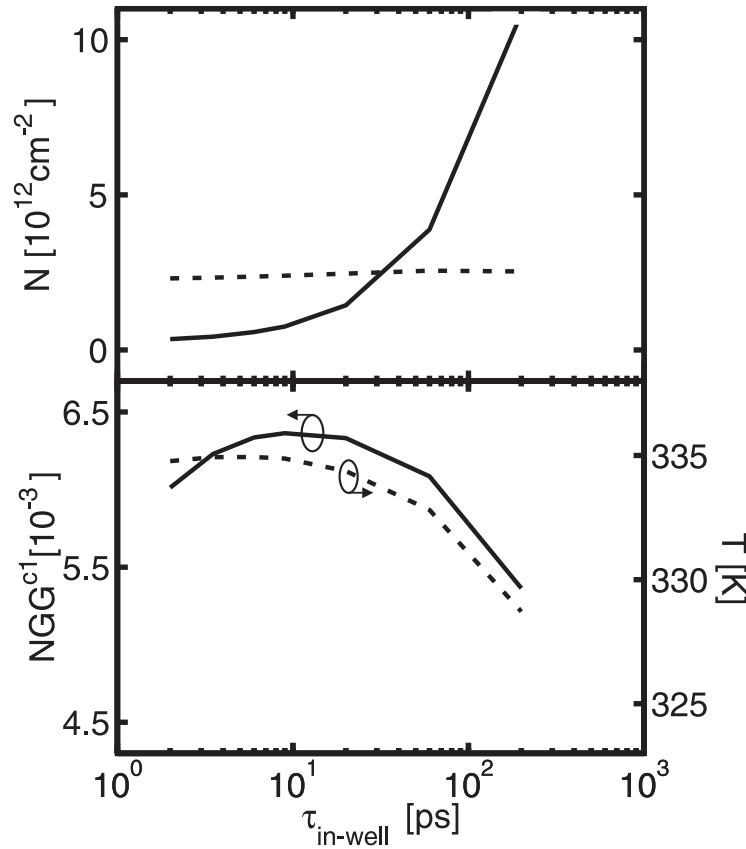


Abbildung 3.15.: Temperatur, Dichte, und Nichtgleichgewichtsgröße NGG des ersten Leitungssubbandes in Abhängigkeit von τ_{inWell} bei einer Pumpleistung von 78.5 kWcm^{-2} . Im oberen Bild ist die Quantenfilmdichte (gestrichelt) und die Barrierenladungsträgerdichte (durchgezogene Linie) dargestellt. Unten: Plasmatemperatur T_{plasma} (gestrichelt, rechte Skala) und NGG des ersten Leitungsbandes (durchgezogene Linie).

Andererseits steigt in einem realen System daraufhin die Gittertemperatur weiter an, da nun der Beitrag der Verluste die Reduktion des Anteils vom Quantendefekt überkompensieren.

Für die Leistungscharakteristik ergibt sich nun das in Abbildung (3.16) gezeigte Verhalten. Hier ist die Ausgangsintensität gegen P_{pump} für $\tau_{in-well} = 2 \text{ ps}$, 20 ps und 35 ps dargestellt. Auffällig dabei ist der sehr geringe Unterschied der emittierten Leistungen untereinander sowie die Tatsache, dass die Leistungscharakteristik nahezu linear entsprechend Gleichung (3.3) (gepunktete Linie) verläuft.

Beides ist wieder darauf zurückzuführen, dass Ausbleicheffekte der Barrierenabsorption bei den untersuchten $\tau_{in-well}$ noch keine Rolle spielen, da auch bei den höchsten untersuchten Pumpintensitäten die Einstreuzeit in die Quantenfilme unter der stimulierten Rekombinationszeit liegen, und sich daher keine signifikanten Ladungsträgerdichten in den Barrieren

aufbauen. Daher folgt die Leistungscharakteristik i.W. derjenigen der absorbierten Pumpleistung bei Quantenfilmpumpen (vergleiche auch Bild (3.12, rechts)), nur mit aufgrund des erhöhten Quantendefekts modifizierten Steigungen.

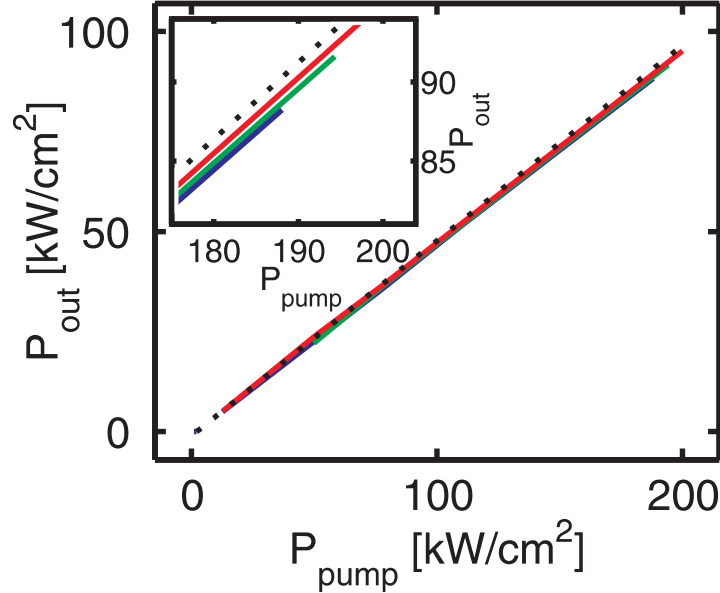


Abbildung 3.16.: Ausgangsintensität in Abhängigkeit der Pumpintensität für verschiedene $\tau_{inWell} = 2\text{ps}$ (rot), 20ps (grün) und 35ps (blau). Die gepunktete Linie entspricht dem linearen Steigungseffizienzverlauf.

Zusammenfassend zeigt sich, dass die Laseremission unter Barrierepumpbedingungen für nicht zu große $\tau_{in-well}$ unabhängig von dem konkreten Wert dieser Relaxationszeit ist. Desweiteren treten nur sehr schwach ausgeprägte Nichtgleichgewichtseffekte in der Leistungscharakteristik auf, da eine erste Thermalisation pumpinduziert nichtgleichgewichtsverteilter Ladungsträger in der Barriere stattfindet und die Absorption in der Barriere durch steigende Ladungsträgerdichten nur wenig ausbleicht.

Barrierepumpen kann also eine geeignete Möglichkeit darstellen, den Effekt der pumpintensitätsabhängigen Konversionseffizienz, der in quantenfilmgepumpten Systemen auftritt, auf Kosten eines erhöhten Quantendefekts zu vermeiden.

3.3. Einfluss des Resonators auf die VECSEL-Charakteristik im thermischen Gleichgewicht

In vorangegangenen Kapitel wurden die Eigenschaften des Quantenfilmmaterials und die Auswirkungen von – durch Anregungs- und Emissionsbedingungen verursachten – Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilungen auf den Gewinn und damit die Gesamteffizienz des VECSEL-Systems betrachtet. Neben den Materialeigenschaften des verstärkenden Mediums bildet der optische Resonator die andere Säule, auf der ein Laser gebaut ist. In diesem Kapitel soll nun der Einfluss des Resonators auf die VECSEL Charakteristik der zentrale Untersuchungsgegenstand sein.

Der einfachst denkbare Laserresonator besteht aus zwei Spiegeln, die das aktive Material umschließen. Aus diesem Material spontan emittierte Photonen werden nun zwischen den Spiegeln hin- und herreflektiert und ermöglichen, solange im aktiven Material Besetzungsinversion herrscht, eine Verstärkung des Lichtfeldes durch stimulierte Emission (siehe z.B.[34]). Der Verstärkung entgegen wirken die im Resonator auftretenden Verluste wie zum Beispiel die Auskopplung eines Teils des Feldes (beabsichtigt als Laserstrahl oder unbeabsichtigt als Verlust) oder Absorption in den Spiegeln. Im stationären Zustand muss der Gewinn genau den Verlusten entsprechen. Modifiziert man nun die Eigenschaften des Resonators, indem man z.B. durch geeignete Maßnahmen die optischen Verluste verringert, so verändert man auch den für den stationären Betrieb notwendigen optischen Gewinn und damit die Leistungscharakteristik des Lasers.

In diesem einfachen Beispiel ist der Einfluss des Laserresonators auf die Verluste des Resonators beschränkt. Dies liegt an der implizit angenommenen großen Ausdehnung des aktiven Materials in Propagationsrichtung im Verhältnis zur Laserwellenlänge. Dann miteln sich die mit der Wellenlänge modulierten Intensitäten der stehenden Resonatorwellen über den aktiven Bereich, und der Überlapp von Lichtmode und Gewinn wird den Durchschnittswert Eins annehmen. Bei den hier untersuchten VECSELn jedoch ist die Ausdehnung des aktiven Materials klein gegenüber der Laserwellenlänge, womit eine deutlich genauere Betrachtung des Aufbaus des Halbleiterscheibenlasers nötig wird.

3.3.1. VECSEL-Resonatoreigenschaften und Kopplung an das aktive Material

Der konkrete Aufbau des untersuchten VECSELs wurde bereits in Kapitel 3.1 beschrieben. Wesentliches konzeptionelles Merkmal dabei ist, dass einer der für den Laserbetrieb notwendigen Spiegel als dielektrischer Bragg-Spiegel ausgeführt ist. Dies ermöglicht in einem schmalen Frequenzband extrem hohe Reflektivitäten von deutlich über 99.9% zu erzeugen, was weit über den Möglichkeiten konventioneller Spiegel aus Metall liegt. Auf diesen durch epitaktisches Abscheiden hergestellten Bragg-Spiegel lassen sich nun die optisch aktiven Quantenfilmschichten (QW) aufwachsen und machen den Bragg-Spiegel somit zum aktiven Spiegel. Da die Quantenfilme sehr schmal (i.A. <10 nm) im Vergleich zur typischen

Wellenlänge des zu erzielenden Laserlichts (einige hundert nm im Vakuum) sind, kommt der Positionierung der Quantenfilme vor dem Bragg-Spiegel eine entscheidende Bedeutung zu: Die Mode zur Designwellenlänge hat direkt am Bragg-Spiegel einen Bauch und somit eine viertel Wellenlänge vor dem Bragg-Spiegel einen Knoten. Würde man dort, oder um eine weitere halbe Wellenlänge des Lichts im Medium versetzt, einen Quantenfilm positionierten, so „sähe“ er kein Lichtfeld und hätte damit auch keine Kopplung an selbiges. Um jedoch eine maximale Ankopplung zu erreichen platziert man die Quantenfilme, durch den elektronischen Einschluss vermittelnde Barrieren getrennt, in den Bäuchen der Lichtfeldmoden. Der Abstand der Quantenfilme zueinander beträgt daher ganzzahlige Vielfache der halben Wellenlänge der Designwellenlänge des Lasers im Medium. Für von der Designwellenlänge abweichende Lichtfeldmoden stehen die Quantenfilme aber nicht mehr im Optimum, womit bereits durch die Positionierung eine frequenzabhängige Auswahl der Ankopplung von Licht und Materie eingeführt wird.

Der Laserresonator wird nun einfach durch einen extern aufgestellten, konventionellen oder dielektrischen Spiegel geeigneter Reflektivität geschlossen.

Jedoch bildet alleine der aktive Spiegel bereits einen Resonator für sich. Dies liegt an der Teilreflexion des Lichtes, die an der Oberfläche des aktiven Spiegels durch den Sprung im Brechungsindex an dieser Material-Luft Grenzfläche hervorgerufen wird. Obwohl diese Reflexion nur rund 30% beträgt, hat sie starken Einfluss auf die Resonatoreigenschaften. Dieser so gebildete Unterresonator wirkt wie ein eindimensionaler photonischer Kristall mit Fehlmoden bei ganzzahligen Vielfachen der halben optischen Länge des Abstandes zwischen Bragg-Spiegel und Resonatoroberfläche. In diesen Unterresonator können Moden, die nicht den Fehlmoden entsprechen, nur sehr schlecht eindringen, was eine weitere Frequenzselektion der Licht-Materie Kopplung bedeutet. Nach [61] entspricht der relative optische Confinement Faktor Γ_r

$$\Gamma_r = \frac{L}{L_{active}} \frac{\int_{L_{active}} E^2(z) dz}{\int_L E^2(z) dz} \quad (3.9)$$

oder in den Resonatormoden u_q energieaufgelöst ausgedrückt

$$\Gamma_r(q) = \frac{L}{L_{active}} \frac{\int_{L_{active}} u_q^2(z) dz}{\int_L u_q^2(z) dz}. \quad (3.10)$$

Dabei geht das Integral im Zähler über den Bereich des aktiven Materials $L_{active} = n_{QW} d_{QW}$ während der Nenner die Normierung der Modenfunktionen im Integrationsvolumen L darstellt. Da die Lichtwellenlänge groß gegenüber der Dicke der Quantenfilme ist, kann man das Integral über den aktiven Bereich als Summe über alle n_{QW} Quantenfilme schreiben

$$\Gamma_r(q) \approx \frac{L}{n_{QW} d_{QW}} \frac{\sum_{i=1}^{n_{QW}} u_q^2(z_i) d_{QW}}{\int_L u_q^2(z) dz} \quad (3.11)$$

mit z_i der Position des i -ten Quantenfilms und d_{QW} der Dicke des Quantenfilms. Bei Normierung der Lichtintensität auf eins kann Γ_r maximal den Wert vier annehmen, wobei

ein Faktor zwei von der Positionierung in den Bäuchen des stehenden Lichtfeldes und der andere Faktor zwei vom Hin- und Rücklauf stammt. Die Modenfunktionen $u(z)_q$, die als Lösung der homogenen Wellengleichung für den Resonator die Orts- und Energieabhängigkeit des stehenden Lichtfeldes beschreiben, können mit Hilfe der Transfermatrixmethode aus [29] berechnet werden.

In Bild (3.17) ist der optische Überlapp mit dem Gewinnmaterial für die verschiedenen Quantenfilmpositionen energieaufgelöst dargestellt. Die verschiedenen Quantenfilmpositionen werden durch die Farbschattierungen von grün (erster QW) bis blau (letzter QW vor dem Bragg-Spiegel) repräsentiert. Im Bereich der Designwellenlänge, das sind 1.186 eV, erkennt man, dass ein maximaler Überlapp von Lichtfeld und aktivem Material erreicht wurde.

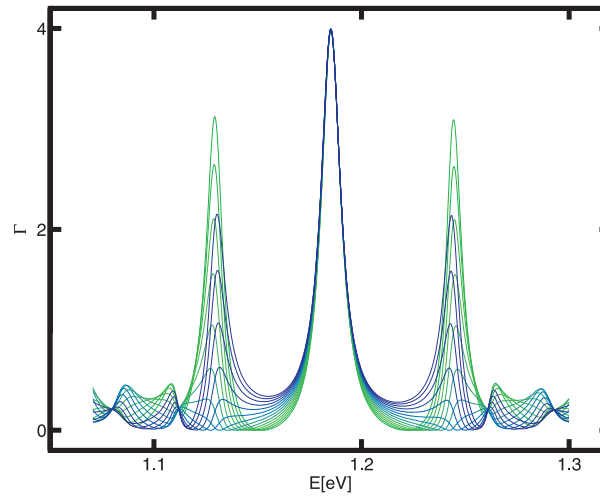


Abbildung 3.17.: Relatives optisches Confinement der VECSEL Struktur aus Abschnitt 3.1 an den verschiedenen Quantenfilmpositionen (dargestellt durch Farbverlauf von grün (erster Quantenfilm) bis blau (letzter Quantenfilm vor dem Bragg-Spiegel)).

Beim ersten Quantenfilm (grün) sind neben dem Hauptmaximum auch zwei deutliche Nebenmaxima zu beobachten, während die Amplitude der Nebenmaxima für die mittleren Quantenfilmpositionen stark absinkt, um bei den letzten Quantenfilmen wieder deutlich sichtbar zu werden. Diese Nebenmaxima entsprechen weiteren Wellenlängen, bei denen ein halbzahliges Vielfaches derselben in den Unterresonator passt. In Abbildung (3.18) sind die Hauptmode bei 1.185 eV (dunkelgrau) und die erste Nebenmode bei 1.1294 eV (hellgrau) orts aufgelöst dargestellt. Aufgrund des starken Brechungsindexkontrasts an der Oberfläche des aktiven Spiegels haben die Resonatormoden dort ein Maximum. Entsprechend liegen die ersten Quantenfilme (rot gestrichelt) nur wenige nm neben den für die zu den Resonatornebenmoden gehörenden optimalen QW-Positionen. Der Längenunterschied zwischen QW-Abstand und Nebenmaximumswellenlänge summiert sich jedoch von Quantenfilm zu Quantenfilm weiter auf und reduziert den entsprechenden Überlapp bis auf Null, wenn die Längendifferenz genau so groß ist, dass der betreffende Quantenfilm im Modenminimum

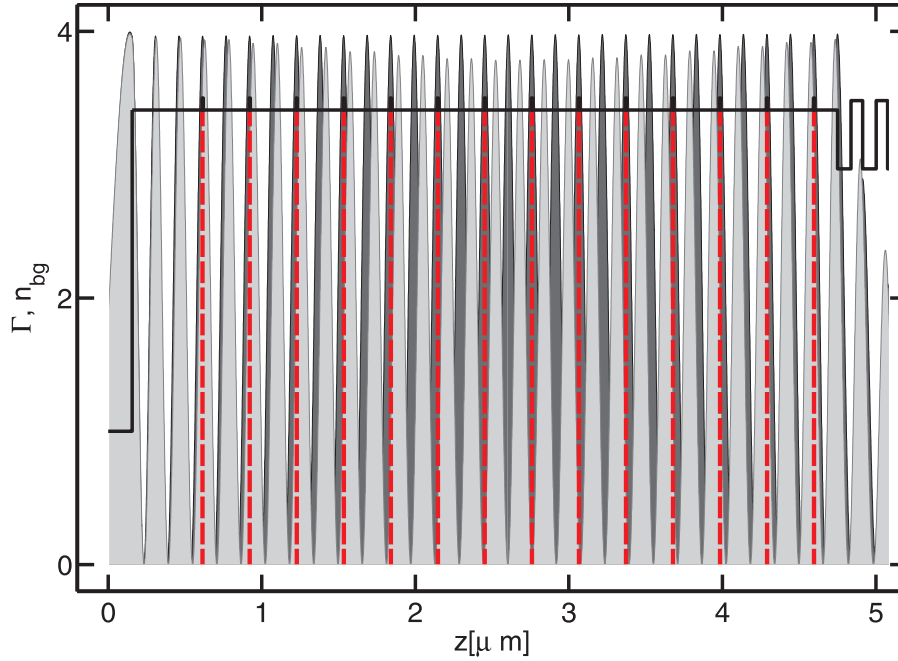


Abbildung 3.18.: Ortsaufgelöste Modenstärke der VECSEL Struktur aus 3.1 für die Hauptmode bei 1.185 eV (dunkelgrau) und die erste Nebenmode bei 1.1294 eV (hellgrau). Die Quantenfilmpositionen sind rot gestrichelt eingezeichnet.

steht. Bei den letzten Quantenfilmen (in Bild (3.17) blau dargestellt) steigen die Amplituden der Nebenmaxima wieder, da jetzt die aufgesammelte Längendifferenz größer als ein Viertel der Wellenlänge der Resonatornebenmoden ist. Die durchschnittliche Kopplung von Licht und Materie der weiteren Lasermode abseits der Designwellenlänge ist also durch die Positionierung der Quantenfilme in einem Übergitter der halben Designwellenlänge $\lambda_{\text{resonator}}$ stark unterdrückt.

Für die Simulationen müssen nun sowohl die Quantenfilmpositionen als auch die durch den Unterresonator erzeugte Auswahl der Resonatormoden berücksichtigt werden. In Bild (3.19) ist das relative optische Confinement um die zentrale Resonanz bei 1.186 eV als Mittelwert aus den Werten an den entsprechenden Quantenfilmpositionen dargestellt (durchgezogene Linie).

Auswirkungen einer Antireflexionsbeschichtung auf dem aktiven Spiegel

Für eine Reihe von Anwendungen erweist sich der oben dargestellte VECSEL-Aufbau als nicht zufriedenstellend. Da der VECSEL optisch gepumpt wird, muss das Pumplicht zunächst in den aktiven Spiegel eindringen, um von den Barrieren absorbiert werden zu können. Dem entgegen steht die bereits erwähnte Reflexion an der Oberfläche des aktiven Spiegels, die in der betrachteten Struktur rund 40% des unter einem Winkel von 45° einfallenden Pumplichtes direkt reflektiert, welches damit nicht zur Anregung zur Ver-

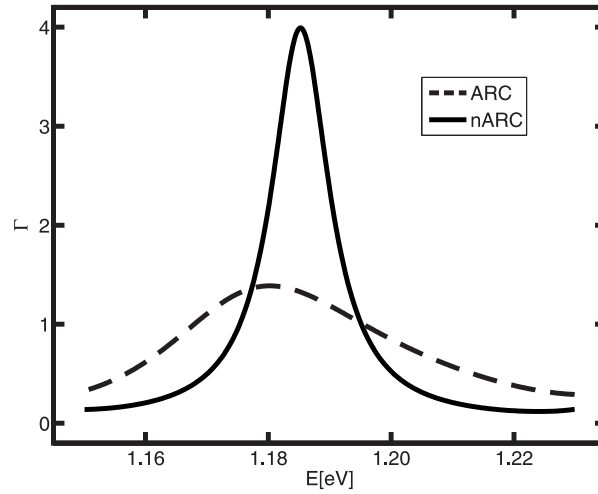


Abbildung 3.19.: Optisches Confinement der VECSEL Struktur aus Abschnitt 3.1, gemittelt über die verschiedenen Quantenfilmpositionen für die nominelle Struktur (durchgezogene Linie) und einer antireflexionsbeschichteten, ansonsten gleichen Struktur (gestrichelte Linie).

fügung steht. Daher wird oft eine Antireflexionsbeschichtung (AR) auf den aktiven Spiegel aufgebracht, die bei richtiger Auswahl der Wellenlänge eine deutlich bessere Nutzung des einfallenden Pumplichtes erlaubt. Weitere Gründe für das Auftragen einer solchen Antireflexionsbeschichtung können sein:

Eine AR-Beschichtung mit einer Reduktion der Reflektivität in einem sehr schmalen Bereich um die Laserwellenlänge kann zu einem breiteren und flacheren modalen Gewinn führen und ist daher vorteilhaft für Anwendungen, die spektral breite Verstärkung erfordern, wie z.B. Spurengasdetektion [52]. Für Hochleistungsanwendungen reduziert die AR-Beschichtung Oberflächenschäden durch das eigene Laserlicht, da die Moden bei einem beschichteten Bauteil einen Knoten an der Oberfläche aufweisen, wohingegen unbeschichtete Bauteile dort einen Modenbauch aufweisen. Dort heizt dann die hohe Laserfeldstärke Oberflächendefekte besonders stark auf und verursacht so Degradierung bis hin zum Totschaden des Bauteils.

Eine Antireflexionsbeschichtung erhöht weiterhin die Feldstärke in dem externen Resonator im Verhältnis zur Feldintensität im aktiven Medium. Von der verstärkten Licht-Materie Kopplung profitieren dann VECSEL mit optisch aktiven Elementen im externen Resonator wie z.B. frequenzverdoppelnden Kristallen[62, 38].

In allen Fällen bewirkt die AR eine starke Modifikation des Unterresonators und verursacht unter anderem Veränderungen bei der Wellenlängenselektivität des Gesamtresonators. Um diese Effekte zu verstehen betrachten wir zunächst das Funktionsprinzip einer Antireflexionsbeschichtung.

Eine optimale einschichtige Antireflexionsbeschichtung kann die Reflexion z.B. an einer Luft-Materie-Grenzfläche bei einer bestimmten Wellenlänge λ_{AR} auf Null reduzieren. Dazu

wird eine Schicht mit einem Brechungsindex von $\sqrt{n_0}$, wobei n_0 der Brechungsindex des Materials ist, und einer optischen Dicke von $\lambda_{AR}/4$ aufgebracht. Durch die spezielle Wahl von $n_{AR} = \sqrt{n_0}$ sind die an der Luft-AR Schicht und der AR-Material Schicht reflektierten und in die Luft wieder eintretenden Intensitäten gleich groß, durch die optische Dicke von einem Viertel der Wellenlänge jedoch genau um das doppelte, also einer halben Wellenlänge phasenverschoben. Die Überlagerung der reflektierten Wellen löscht sich dann komplett aus, und kein Licht wird reflektiert.

Für von dieser Designwellenlänge λ_{AR} abweichende Wellenlängen nimmt die Grenzschichtreflektivität dann, aufgrund nicht mehr passender Phasenverschiebung, stark zu. Einen breiteren Bereich niedriger Reflektivität kann man durch Kombination mehrerer AR-Schichten erreichen. Eine solche, und im Folgenden verwendete, zweiphasige Antireflexionsbeschichtung ist für das in Bild (3.19) mit der gestrichelten Linie dargestellte relative optische Confinement angenommen worden. Sie besteht aus zwei jeweils 60 nm dicken Schichten aus SiO_2 und Si_3N_4 und einem sich daraus ergebenden λ_{AR} von 980 nm.

Diese Wahl von λ_{AR} hat zwei Konsequenzen: zum einen reduziert sie die Reflexion im Bereich der Barrierenbandlücke, was, wie bereits angesprochen, die Gesamteffizienz des Bauelements erhöht. Zum anderen verschiebt sich das Maximum des optischen Confinements Γ zu kleineren Energien, also größeren Wellenlängen. Dies liegt daran, dass die AR-Beschichtung die Hin- und Herreflexion des Lichtes in dem Unterresonator im Bereich um 980 nm = 1.265 eV durch die Abschwächung des „Oberflächenspiegels“ unterdrückt. Normiert auf die einfallende Lichtintensität bedeutet dies eine Abschwächung von Γ auf etwa ein Drittel. Da sich λ_{AR} aber nicht mit $\lambda_{resonator}$ deckt, verschiebt sich das Maximum von Γ . Andererseits werden Moden, deren Wellenlänge nicht so gut zu den geometrischen Abmessungen des Unterresonators passen, mit AR weniger stark unterdrückt. Ein perfektes AR für alle Frequenzen würde ein nur noch durch die Frequenzabhängigkeit der Reflektivität des Bragg-Spiegels und durch die Wellenlänge des durch die Quantenfilmpositionierung gebildeten Übergitters modulierte Γ -Spektrum erzeugen⁵.

Zusammenfassend haben wir mit diesen Vorüberlegungen bereits einige Effekte, die durch den optischen Resonator hervorgerufen werden, genauer betrachtet. Die Reflektivitäten von aktivem und externem Spiegel definieren zusammen mit den optischen Verlusten durch Oberflächenrauigkeit oder Absorption im externen Spiegel die gesamten optischen Verluste des Systems. Weiterhin erzeugt der konkrete Aufbau des aktiven Spiegels zum einen durch die Wahl der Quantenfilmpositionen und zum anderen durch die optische Länge des Unterresonators, der aus Bragg-Spiegel und Grenzflächenreflektivität an der Oberfläche des aktiven Spiegels gebildet wird, eine Selektion der an das optisch aktive Material ankoppelbaren Lichtfeldmoden. Der durch den Unterresonator erzeugte Selektionseffekt kann durch die Einführung einer Antireflexionsbeschichtung maßgeblich modifiziert werden.

⁵Dies gilt, da der externe Resonator sehr viel größer als der Unterresonator ist. Ansonsten erzeugt die optische Länge zwischen Bragg-Spiegel und externem Resonatorspiegel eine weitere Selektivität in Wellenlängenbereichen in der Größenordnung von $\lambda_{resonator}$.

3.3.2. Temperatureinflüsse auf den Resonator und das aktive Material

Bei der Berechnung der Lasercharakteristik in Kapitel 3.2 wurde ein ausreichender Energietransport zur Wärmesenke angenommen, der die Resonator- und damit die Gittertemperatur konstant (auf der Temperatur der Wärmesenke) halten kann und insbesondere eine gleichbleibende Gittertemperatur für alle Pump- und damit auch Verlustleistungen gewährleistet. In konkreten Bauelementen und im Speziellen für Hochleistungsanwendungen kann diese Annahme jedoch nicht erfüllt werden. In der Folge heizen sich die aktiven Schichten und das umgebende Material, also im Speziellen auch der Unterresonator, auf.

Da die Brechungsindizes der den aktiven Spiegel aufbauenden Halbleiterschichten temperaturabhängig sind, ändern sich nun auch die optischen Eigenschaften und damit das optische Confinement Γ . In Endeffekt ergibt sich eine Verschiebung des gesamten Γ -Spektrums von etwa 0.1 nm/K [39, 33, 54]. Ursächlich dafür ist die Verlängerung der optischen Weglänge im Unterresonator. Die Änderung der Brechungsindizes der Bragg-Spiegelschichten verschiebt lediglich den Bereich sehr hoher Reflektivität zu leicht geringeren Energien, hat aber keinen weiteren Einfluss auf Γ_r .

Neben den Eigenschaften des Resonators ändern sich auch noch die Absorptionsspektren $\alpha(N, T)$ des aktiven Materials in Abhängigkeit von der Ladungsträger- und Gittertemperatur. Letztere schlägt sich in der Energie der fundamentalen Bandlücke nieder, die für kleine Temperaturen größer ist als für hohe. Dies liegt einerseits an den kleineren Gleichgewichtsabständen der Kristallionen bei reduzierter Temperatur, die eine stärkere Kopplung und damit Abstoßung von Valenzband und Leitungsband zur Folge haben. Andererseits kommt noch ein deutlicher Beitrag von den Phononen dazu [63]. Eine Veränderung der Gittertemperatur verschiebt also das gesamte Absorptionsspektrum auf der Energieachse. Die Ladungsträgertemperatur hingegen modifiziert die Form der Absorptionsspektren. Bei steigender Temperatur weicht die Fermi-Verteilung als Endzustandsverteilung der Ladungsträgerbesetzungen im stationären Zustand im Bereich um das chemische Potential auf, was erhöhte Besetzungszahlen bei hohen Quasiimpulsen k und niedrigere Besetzungszahlen bei kleineren Impulsen unterhalb des zum chemischen Potential gehörenden bedeutet. Dadurch sinkt zum einen die Besetzung am Γ -Punkt und in dessen Folge ein möglicherweise vorhandener Materialgewinn $g(\hbar\omega, N, T)$

$$g(\hbar\omega, N, T) = \begin{cases} -\alpha(\hbar\omega, N, T) & \text{für } \alpha(\hbar\omega, N, T) < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (3.12)$$

zum anderen wird der Phasenraumfüllfaktor im Allgemeinen modifiziert, was zu teilweise erhöhtem Pauli-Blocking und damit verringerter Absorption führt (siehe Kapitel 3.2).

In einem Laser kann nur dann stimulierte Emission beobachtet werden, wenn zugleich Gewinn und eine Kopplung von Lichtfeld und elektronischem System an der Laserwellenlänge vorliegt. Insbesondere ist der *effektive* Gewinn, der so genannte modale Gewinn, das Produkt aus Materialgewinn und dem optischem Confinement

$$g_{\text{modal}}(\omega_q, T, N_{QW}) = \Gamma_r(q, T)g(\omega_q, T, N_{QW})n_{QW}d_{QW} \quad (3.13)$$

mit einer Länge des aktiven Bereichs von $n_{QW}d_{QW}$ mit der Quantenfilmdicke d_{QW} und -anzahl n_{QW} .

Sowohl für g als auch bei Γ_r ist das Spektrum temperaturabhängig. Und obwohl sich beide Spektren bei steigender Temperatur zu kleineren Energien verschieben, bleibt aufgrund unterschiedlicher Amplituden der Temperaturabhängigkeit eine relative Verschiebung zueinander bestehen. Bei einer Temperatur T_1 können $\Gamma_r(\hbar\omega, T_1)$ und der Materialgewinn $g(\hbar\omega, N, T_1)$ bei disjunkten Energien von Null verschieden und der modale Gewinn $\Gamma_r(\hbar\omega, T_1) \cdot g(\hbar\omega, N, T_1)n_{QW}d_{QW}$ damit Null sein, wogegen der modale Gewinn bei einer anderen Temperatur T_2 endlich sein kann. Der modale Gewinn ist also eine Funktion der Gitter- und Ladungsträgertemperatur, welche in realistischen Hochleistungs VECSELn mit der Pumpleistung steigt.

3.3.3. Ratengleichungsmodell

Zur Beschreibung der Lasereigenschaften verwenden wir in diesem Kapitel ein Ratengleichungsmodell und nicht die in Kapitel 2 dargestellte mikroskopische Beschreibung mit Hilfe der Halbleiter-Bloch-Gleichungen. Das Ratengleichungsmodell hat wesentlich geringere numerische Anforderungen und erlaubt daher längere Simulationszeiten. Andererseits werden dabei Gleichgewichtsladungsträgerverteilungen angenommen und daher entsprechende Nichtgleichgewichtseffekte vernachlässigt. Für den Fall von barrieregepumpten VECSELn, bei denen die charakteristische Relaxationszeit der Ladungsträgern in die Quantenfilme hinein kurz gegenüber der stimulierten Rekombinationszeit ist, ist dies jedoch eine gute Näherung (vergleiche Abschnitt 3.2.2).

Die längeren Simulationszeiten werden durch die Berücksichtigung des Aufheizens der Struktur und der daraus entstehenden Implikationen auf das Gesamtsystem notwendig. Für eine Abschätzung der Zeitskala des Aufheizens kann man vereinfachend annehmen, dass der gesamte Unterresonator, der eine Länge von ca. $4 \mu\text{m}$ hat, aufgewärmt werden muss und aus reinem GaAs bestünde. Die spezifische Wärmekapazität von GaAs ist $0.326 \text{ J}^*(\text{gK})^{-1}$ bei einer Dichte von $5.320 \text{ g}^*\text{cm}^{-3}$. Nimmt man ferner an, dass nur der vom Pumplicht abgedeckte Bereich, das sind $1.257 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$, aufgeheizt wird, so erhält man eine Wärmekapazität des Unterresonators von $8.7 \cdot 10^{-7} \text{ J/K}$.

Daher benötigt alleine das Aufheizen des Unterresonators, unter Vernachlässigung des Wärmetransports zur Wärmesenke, bei einer thermischen Verlustleistung von 20 W etwa $17 \mu\text{s}$. Diese Zeitskala liegt weit über der Anschaltzeit des Lasers (ca. 2-3 ns), die in Kapitel 3.2 die bestimmende Zeitskala auf dem Weg in den stationären Zustand darstellte, und weit über dem, was in vertretbarer Rechenzeit mit dem vollen Maxwell-Halbleiter-Bloch-Programm (siehe auch Anhang C) simuliert werden kann.

Das verwendete Ratengleichungsmodell folgt im Wesentlichen dem in Quelle [33] vorgestellten Modell und beschreibt die vier Größen Temperatur, Ladungsträgerdichte in der Barriere, Ladungsträgerdichte in einem Quantenfilm und die Lichtintensität. Hierbei wird auch nicht mehr zwischen Ladungsträger- und Gittertemperatur unterschieden, sondern eine gemeinsame Temperatur angenommen. Abweichend von [33] verzichten wir auf ein detailliertes thermisches Transportmodell, und beschreiben den Wärmefluss an die Wär-

mesenke mit einem Gesamtwärmewiderstand R_{th} . Damit erhalten wir:

$$\frac{d}{dt}N_{Barr} = -\frac{N_{Barr}}{\tau_{Einfang}} - \frac{N_{Barr}}{\tau_{Barr}} + \frac{I_{p0}}{l_{Barr}\hbar\omega_{pump}} [1 - \exp(-2\alpha(\omega_{pump}, T, N_{Barr})l_{Barr})] \quad (3.14)$$

für die gesamte Barrierendichte,

$$\frac{d}{dt}N_{QW} = +\frac{N_{Barr}}{\tau_{Einfang}} \frac{l_{Barr}}{n_{QW}} - \left(\frac{N_{QW}}{\tau_{nr}} + \frac{N_{QW}}{\tau_{spont}} + \frac{N_{QW}}{\tau_{Auger}} \right) - \frac{I_{laser}}{\hbar\omega_{laser}} \Gamma 2g(\omega_{laser}, T, N_{QW}) \cdot d_{QW} \quad (3.15)$$

für die zweidimensionale Ladungsträgerdichte pro Quantenfilm,

$$\frac{d}{dt}I_{laser} = \frac{c_0}{2l_{cav}} (2\Gamma g(\omega_{laser}, T, N_{QW}) - \alpha) I_{laser} + \frac{d}{dt}I_{spont} \quad (3.16)$$

für die Laserintensität, und

$$c_p \rho V \cdot \frac{d}{dt}T = \frac{T_S - T}{R} + H_{pump} + H_{loss} \quad (3.17)$$

für die Temperaturentwicklung im System.

In Gleichung (3.14) bezeichnen $\tau_{Einfang}$ die charakteristische Einfangszeit von Ladungsträgern aus den Barrieren in die Quantenfilme und τ_{Barr} die Relaxationszeit von Barriere-
reladungsträgern aufgrund von nichtstrahlenden Verlusten. Den damit beschriebenen Ladungsträgerverlusten in der l_{Barr} dicken Barriere steht die Ladungsträgererzeugung durch das Pumplicht der Intensität I_{p0} und Energie $\hbar\omega_{pump}$ entgegen. Die temperatur-, dichte- und frequenzabhängige Absorption $\alpha(\omega_{pump}, T, N_{Barr})$ des Pumplichtes in der Barriere wird mit Hilfe der Halbleiter-Bloch-Gleichungen für Gleichgewichtsladungsträger einer einfachen Padé-Approximation[12] berechnet.

Der Verlustterm der Barrierenladungsträgerdichte durch Relaxation in die Quantenfilme taucht in Gleichung (3.15), normiert auf eine zweidimensionale Dichte, als Quellterm wieder auf. Da N_{QW} die Dichte innerhalb eines Quantenfilms beschreibt, muss dieser Quellterm noch durch die Anzahl n_{QW} der Quantenfilme geteilt werden. Die Verluste von N_{QW} bestehen zum einen aus nichtstrahlenden Verlusten an Gitterfehlstellen und Verunreinigungen, die durch $1/\tau_{nr}$ beschrieben werden, und aus Ladungsträgerverlusten durch spontane Emission und Auger-Prozesse proportional zu $1/\tau_{spont}$ und $1/\tau_{Auger}$. Im Fall von Laseremission trägt der letzte Term in (3.15) am stärksten zur Ladungsträgervernichtung bei. Er beschreibt die stimulierte Emission pro Quantenfilm durch eine Energiebilanz. Die durch den modalen Gewinn $\Gamma g(\omega_{laser}, T, N_{QW})$ verstärkt im Resonator umlaufende Lichtintensität I_{Laser} wird durch die Photonenenergie $\hbar\omega_{laser}$ geteilt. Dabei liegt die Annahme zugrunde, dass die zur Verstärkung der Lichtintensität abgegebene Energie pro Zeit durch die in der selben Zeit rekombinierten Ladungsträger an der Bandkante zur Verfügung gestellt wurden.

Gleichung (3.16) beschreibt die Zeitentwicklung der im Resonator umlaufenden Lichtintensität. Während eines Umlaufs im Resonator wird die Lichtintensität um den Faktor $\alpha = -\ln(R_1 R_2 T_{loss})$ geschwächt. Dabei sind R_1 und R_2 die Reflektivitäten der beiden

Resonatorspiegel und T_{loss} ist die Transparenz des Lasers/Resonators. T_{loss} beschreibt damit optische Verluste, die hauptsächlich durch Absorption oder Streuung an Verunreinigungen oder rauen Oberflächen verursacht werden. Im selben Zeitraum eines Resonatorumlaufes $2l_{cav}/c_0$ wird die Lichtintensität durch den modalen Gewinn $\Gamma g(\omega_{laser}, T, N_{QW})$ verstärkt. Hierbei bezeichnet Γ den bei der Laserenergie effektiv an das Lichtfeld kopelnden aktiven Bereich, also $\Gamma = \Gamma_r(q_{laser})n_{QW}d_{QW}$. Der Faktor 2 in der Laserbedingung $(2\Gamma g(\omega_{laser}, T, N_{QW}) - \alpha)$ rührt hier von dem in diesem Fall verwendeten, mikroskopisch berechneten Amplitudengewinn g (siehe Kapitel 3.2) her, der genau die Hälfte des notwendigen Intensitätsgewinns G darstellt[12]. Der letzte Term in (3.16) beschreibt den Beitrag der spontanen Emission zur Lichtintensität. Dafür wird die entsprechende Lichtintensität aus der spontanen Emissionsleistung berechnet. Weiterhin nehmen wir an, dass nur die Abstrahlung in einen Raumwinkel von 1° der als isotrop angenommenen spontanen Emission zur betrachteten Lichtintensität beiträgt. Daraus ergibt sich, dass $\frac{d}{dt}I_{spont}$ proportional zu 0.1% der gesamten spontanen Emission ist.

Die letzte der von dem Ratengleichungsmodell betrachteten Observablen ist die Systemtemperatur T . Gleichung (3.17) beschreibt die Änderung der Temperatur, die sich zum einen durch Wärmetransport zur Wärmesenke der Temperatur T_S mit thermischem Widerstand R_{th} reduziert und durch den Pump- sowie Relaxations- und Verlustprozesse ansteigt. Die Zeitkonstante der Aufheizung ist durch das Produkt aus spezifischer Wärmekapazität c_p , Materialdichte ρ und dem aufgeheizten Volumen V gegeben. Dabei nehmen wir an, dass der Temperaturgradient innerhalb des Unterresonators Null ist, also in allen Quantenfilme und im Unterresonator die gleiche Temperatur herrscht.

Die Wärmequellen werden mit den Termen H_{pump} und H_{loss} beschrieben:

$$H_{pump} = \frac{\omega_{pump} - \omega_{barr}}{\omega_{pump}} A_{pump} I_{p0} (1 - \exp(-2\alpha(\omega_{pump}, T, N_{barr})l_{barr})) \quad (3.18)$$

und

$$H_{loss} = A_{pump} \left[\frac{\hbar\omega_{barr}N_{barr}l_{Barr}}{\tau_{barr}} + \hbar\omega_{laser}n_{QW} \left(\frac{N_{QW}}{\tau_{nr}} + \frac{N_{QW}}{\tau_{Auger}} \right) + \frac{\hbar(\omega_{barr} - \omega_{laser})N_{barr}l_{Barr}}{\tau_{Einfang}} \right]. \quad (3.19)$$

Dabei wird mit H_{pump} dem Anteil der absorbierten Pumpenergie, der durch Relaxation der Ladungsträger von der Pumpenergie zur Bandkante der Barriere im System verbleibt, Rechnung getragen. Der erste Term in H_{loss} beschreibt den Beitrag der nichtstrahlend rekombinierenden Ladungsträger direkt aus der Barriere, wohingegen der zweite Beitrag die Verluste in den Quantenfilmen beinhaltet. Der letzte Term trägt wieder einem Relaxationsprozess Rechnung - diesmal für die Relaxation der Ladungsträger in die einzelnen Quantenfilme hinein.

3.3.4. Simulationen

Das vorangehend eingeführte Ratengleichungsmodell nutzen wir nun zur Simulation der Leistungscharakteristik, also der Laserausgangsleistung P_{out} als Funktion der Pumpleis-

tung P_{pump} , und der Einflusses der in Kapitel (3.3.1) beschriebenen Antireflexionsbeschichtung auf den in Kapitel (3.2) vorgestellten VECSEL. Dafür verwenden wir die dort bereits vorgestellten, mikroskopisch berechneten Absorptionsspektren und Verlustraten (spontane Emission und Auger-Verluste). Letztere sind äußerst wichtig für die Simulationen, da sie zusammen mit den optischen Verlusten die Laserschwelle bestimmen und einen großen Beitrag zu den Wärmeverlusten leisten. Die Ladungsträgerverluste durch Störstellenprozesse können hingegen nicht mikroskopisch berechnet werden, da es sich dabei um Auswirkungen der Materialqualität handelt. Für die Simulationen verwenden wir daher einen Literaturwert von $A = 1e7 s^{-1}$ [39, 33].

Die Relaxation der Ladungsträger aus der Barriere, in der sie durch die Pumplaserabsorption erzeugt werden, in die Quantenfilme soll als so schnell angenommen werden, dass sie keinen Einfluss auf die restliche Dynamik und Leistungscharakteristik ausübt. Den Ergebnissen aus Kapitel 3.2.2 folgend, nehmen wir daher $\tau_{Einfang} = 2 ps$ an. Dies deckt sich außerdem mit vergleichbaren in der Literatur beschriebenen Relaxationszeiten[26]. Wie bereits erwähnt, wird die Absorption in der Barriere mit Halbleiter-Bloch-Gleichungen für Gleichgewichtsladungsträger in einer Padé-Näherung [12] beschrieben. Für die Pumplichtintensitäten, die in diesem Kapitel untersucht werden, liegt die damit berechnete Absorption bei leicht über 96% des einfallenden Lichtes. Etwaige Absorption von in den Bragg-Spiegel eindringendem Pumplicht, und damit verbundenes Aufheizen des Spiegels, soll in dieser Untersuchung vernachlässigt werden.

Im stationären Zustand, insbesondere im Dauerstrichbetrieb (cw) des Lasers, muss die Laserbedingung $\Gamma 2g(N, T) = \alpha$ erfüllt sein. Dabei wird angenommen, dass der Beitrag der spontanen Emission zur Intensität I vernachlässigbar gegenüber der stimulierten Emission ist. Wie bereits oben erwähnt, setzen sich die optischen Verluste α aus den Reflexionsverlusten an den beiden Spiegeln R_1 und R_2 sowie den Transmissionsverlusten T_{loss} des Resonators zusammen. Zusammen ergibt sich $\alpha = -\ln(R_1 R_2 T_{loss})$. Aus der Transfermatrixberechnung der dielektrischen Struktur des aktiven Spiegels ergibt sich eine Reflektivität $R_1 = 0.9999$ für den Bragg-Spiegel. Die Transmissionsverluste nehmen wir als 1% [39] an, womit sich für T_{loss} ein Wert von 0.99 ergibt.

Für den Wärmetransport an die externe Wärmesenke wird in den folgenden Simulationen ein resultierender thermischer Widerstand von 6.25 K/W angenommen. Dieser Wert deckt sich mit den thermischen Widerständen, die für vergleichbare Strukturen durch Experiment-Simulationsvergleich und Verifikation mit kommerzieller Software bestimmt wurden [64].

Stationärer Zustand

Zunächst sollen die VECSEL-Charakteristik und die weiteren stationären Eigenschaften sowie der Einfluss des Resonators auf dieselbe unter Dauerstrichpump- und Emissionsbedingungen untersucht werden. Dazu regen wir den VECSEL bei einer Energie von 1.55 eV, also im Absorptionsbereich des Kontinuums der Barrierenzustände, an.

Im Teilbild a) von Bild (3.20) ist die Dauerstrichausgangsleistung gegen die absorbierte Dauerstrichpumpleistung für den antireflexionsbeschichteten (gestrichelte Linie) und un-

beschichteten (durchgezogene Linie) aktiven Spiegel gezeigt. Für diese Berechnungen legen wir eine Reflektivität R_2 des externen Spiegels von 98% zugrunde.

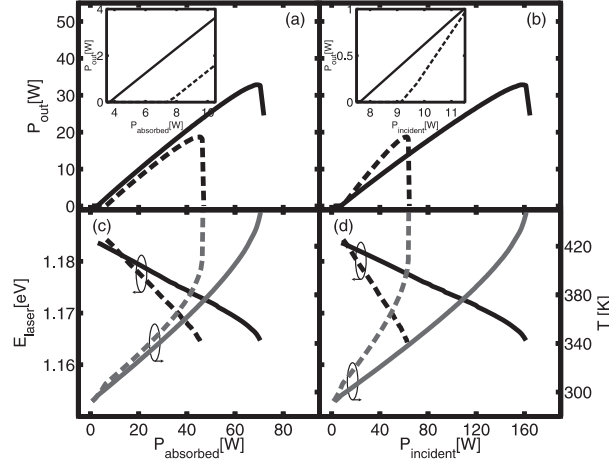


Abbildung 3.20.: Leistungscharakteristik des VECSELs mit unbeschichtetem (durchgezogene Linien) und antireflexionsbeschichtetem (gestrichelte Linien) aktiven Spiegel (Unterplots a,b) und entsprechende Emissionsenergie und Systemtemperatur (Unterplots c,d). Die Daten in der linken Spalte (Unterplots a,c) sind gegen die absorbierte Pumpleistung aufgetragen, in der rechten Spalte (Unterplots b,d) gegen die einfallende Pumpleistung. Der Unterschied ist die Pumpreflexion an der Oberfläche des aktiven Spiegels. Die Insets in (a,b) zeigen eine Vergrößerung des Pumpbereichs um die Laserschwelle.

Bei beiden Proben ist der generelle Trend der gleiche: unterhalb der Schwelle wird keine Laseremission beobachtet. Für Pumpleistungen oberhalb der Schwelle steigt die Laserausgangsleistung leicht sublinear mit der Pumpleistung. Bei einer bestimmten Pumpleistung erreicht die Ausgangsleistung ein klar definiertes Maximum und bricht bei weiterer Erhöhung der Pumpleistung schnell zusammen. Dies ist das bereits erwähnte thermische Überrollen.

Dieser Lasercharakteristik liegt folgender Mechanismus zugrunde: Unterhalb der Laserschwelle ist der Pumpstrahl zu schwach, um eine Ladungsträgerdichte zu erzeugen, die ausreichen würde, die Laserbedingung zu erfüllen. Für $P_{pump} = P_{Schwelle}$ ist die Laserbedingung $\Gamma 2g(N, T) = \alpha$ gerade erfüllt und ab jetzt ist der modale Gewinn an die Verluste „geklemmt“. Eine weitere Erhöhung der Pumpleistung erzeugt eine stärkere Laserausgangsleistung. Wie bereits in Kapitel 3.2 beschrieben wurde, ist die Steigungseffizienz durch den Quantendefekt auf ein theoretisches Maximum von $\hbar\omega_{cav}/\hbar\omega_{pump}$ [39], in diesem Fall $\approx 1.17 \text{ eV}/1.55 \text{ eV} = 0.75$, begrenzt. Die übrigbleibenden 25 % der über die Schwelle hinausgehenden Pumpleistung tragen direkt zum Aufheizen der Struktur bei. Weiterhin reduzieren die optischen Verluste im Resonator die Steigungseffizienz durch den Auskoppelfaktor [39] $\ln(R_2)/\ln(R_1 R_2 T_{loss}) \approx 2/3$.

Da nun der Materialgewinn $g(N, T)$ von der Ladungsträgerinversion am Γ -Punkt abhängt, und die dortige Besetzungswahrscheinlichkeit mit steigender Temperatur bei gleicher

Gesamtladungsträgerdichte sinkt, reduziert sich auch der Materialgewinn bei konstanter Ladungsträgerdichte für steigende Temperaturen. Um weiter die Laserbedingung erfüllen zu können, muss diese thermisch verursachte Gewinnreduktion durch erhöhte Ladungsträgerdichte kompensiert werden, was seinerseits wieder höhere Ladungsträgerverluste und damit Wärmeentwicklung bedeutet. Dadurch sinkt die Steigungseffizienz mit steigender Pumpleistung P_{pump} .

Zusätzlich ist der modale Gewinn $\Gamma g(N, T)$ wie bereits oben erwähnt durch die Temperaturabhängigkeit der fundamentalen Bandkantenenergie und der Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes im Unterresonator selbst temperaturabhängig.

Die Einführung der beschriebenen Antireflexionsbeschichtung reduziert nun den letztgenannten Effekt, da der Unterresonator schwächer ausgeprägt ist. Dies kann man deutlich im Unterbild (c) von (3.20) erkennen. Dort sind sowohl die Laserenergie als auch die Temperatur des Systems aufgetragen. Da im Anschaltprozess eines Lasers zwar zunächst verschiedene Moden mit vergleichbaren modalen Gewinnen verstärkt werden, aber sich schlussendlich die Mode mit dem stärksten modalen Gewinn durchsetzt, wird die Laserenergie durch die energetische Position des spektralen Maximums der modalen Gewinnfunktion g_{modal} bestimmt. Abbildung (3.20,c) zeigt die stärkere Abhängigkeit der Laserenergie von der Pumpleistung und Temperatur für das beschichtete Bauteil im Vergleich zum unbeschichteten. Dies ist eine direkte Folge des flachen Maximums im optischen Confinement der AR-Struktur, woraus ein stärkerer Einfluss der Form und damit der Temperaturabhängigkeit des Gewinnspektrums auf das modale Gewinnspektrum resultiert als bei der nAR-Struktur.

Ab einer bestimmten Pumpleistung und Systemtemperatur kann der modale Gewinn die Laserbedingung nicht mehr stabil erfüllen. Das bedeutet, dass eine kleine Temperaturschwankung, der eine steigende Ladungsträgerdichte zur Kompensation des reduzierten Gewinns folgt, zu einer weiteren Steigerung der Systemtemperatur durch genau diese Ladungsträgererhöhung führt. Dies ist ein selbstverstärkender Effekt, weshalb sich der Laser dann schlagartig ausschaltet (siehe auch Abschnitt 3.3.5). Verbesserte Wärmeleitung verschiebt dieses Phänomen zu höheren absorbierten und emittierten Leistungen [65].

Der Vergleich zwischen beschichtetem und unbeschichtetem VECSEL zeigt einen signifikanten Nachteil in der Leistungscharakteristik des beschichteten Bauteils. Durch die Abschwächung des Unterresonators und die einhergehende Reduktion des optischen Confinements muss zur Erfüllung der Lasergleichung ein größerer Materialgewinn vorliegen. Dieses wird durch erhöhte Ladungsträgerdichten erreicht, was wiederum den thermischen Überrollprozess beschleunigt. Die im Inset von Bild (3.20,a) sichtbar höhere Schwelle kann man darauf zurückführen.

Die rechte Spalte von Bild (3.20) zeigt dieselben Daten wie die linke Spalte, nur diesmal gegen die eintreffende Pumplaserleistung aufgetragen. Der Unterschied zur absorbierten Pumpleistung ist die Reflexion an der Oberfläche des aktiven Spiegels. In dieser Auftragung zeigt der beschichtete Spiegel eine größere Steigungseffizienz und ist dem unbeschichteten Bauteil bis zu Pumpleistungen von 20 W überlegen. Im weiteren Verlauf zeigt jedoch das unbeschichtete Bauteil eine höhere maximale Ausgangsleistung und niedrigere Temperaturen für ein festes P_{out} .

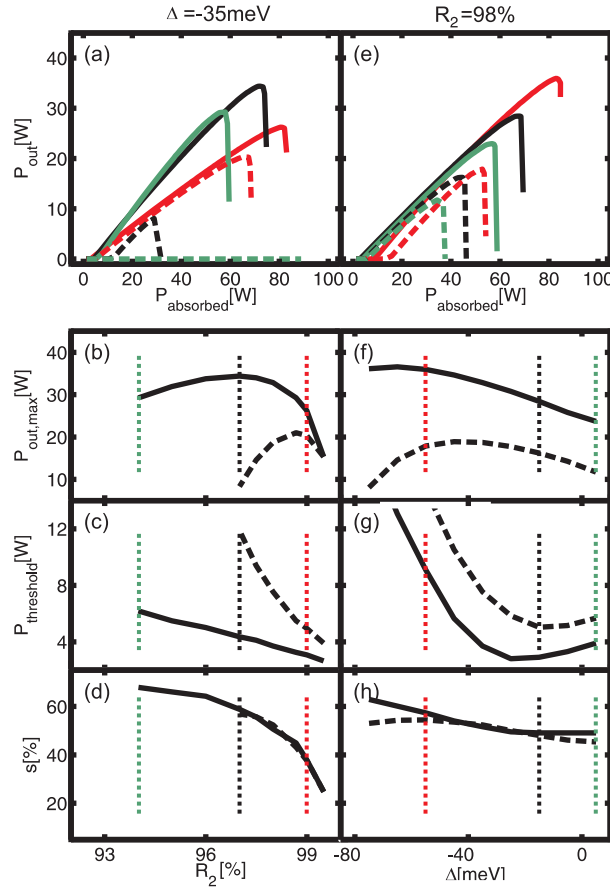


Abbildung 3.21.: Abhängigkeit der VECSEL Charakteristik für nAR (durchgezogene Linien) und AR (gestrichelte Linien) von der Reflektivität R_2 des externen Spiegels (linke Spalte) und dem Raumtemperaturdetuning Δ (rechte Spalte). Unterplot (a) zeigt die Leistungscharakteristik für $R_2 = 0.99$ (rot), $R_2 = 0.97$ (schwarz) und $R_2 = 0.94$ (grün). Die Unterplots (b-d) zeigen die maximale Ausgangsleistung $P_{out,max}$, die Laserschwelle $P_{threshold}$ und die Steigungseffizienz s . Die senkrechten gepunkteten Linien deuten die Pumpleistungen der in Unterplot (a) gezeigten Kurven an. Die Unterplots (e-h) sind analog für Raumtemperaturdetuning von $\Delta = -55$ meV (rot), $\Delta = -15$ meV (schwarz) und $\Delta = +5$ meV (grün).

Bis zu diesem Punkt haben wir die Dauerstrich-Laserbedingung für konstante Verluste α untersucht. In der linken Spalte von Abbildung (3.21, Unterplots (a-d)), sind nun die Leistungscharakteristiken für verschiedene Reflektivitäten R_2 des externen Spiegels gezeigt. Wiederum bezeichnen die gepunkteten Linien die AR-beschichteten und die durchgezogenen Linien die unbeschichteten Bauteile. Die vertikalen Linien in (b-d) entsprechen den Leistungscharakteristiken aus Unterbild (a). Die Änderung von R_2 bedeutet zwei verschiedene Dinge für das System: einerseits sinken die relativen internen optischen Verluste im Vergleich zur ausgekoppelten Laserintensität für kleineres R_2 und die Steigungseffizienz s steigt (d)[39, 66]. Da auch die gesamten optischen Verluste α mit R_2 steigen, muss der

modale Gewinn höher sein, was wiederum zu einer höheren Schwelleistung führt (c). Auch die maximal erreichbare Ausgangsleistung kurz vor dem thermischen Überrollen hängt von der Reflektivität R_2 ab (b). Dort erkennt man ein deutliches Maximum von $P_{out,max}$, das von dem Wechselspiel aus verbesserter Steigungseffizienz und dem negativen Effekt des benötigten höheren Materialgewinns zur Erfüllung der Laserbedingung für erhöhtes α rührt. Letzteres verursacht höhere Ladungsträgerdichten im stationären Zustand, welche wiederum zu verstärkter Wärmedissipation und damit früherem thermischen Überrollen führt. Dies kann gut an der nAR Leistungscharakteristik von Unterbild (a), wo reduziertes R_2 zu beidem, höherer slope-Effizienz und thermischem Überrollen bei kleineren Pumpleistungen führt, beobachtet werden. Der Vergleich mit den AR-beschichteten Strukturen zeigt wiederum, dass die Beschichtung die VECSEL-Charakteristik hauptsächlich verschlechtert. Außerdem muss bei der Optimierung einer gewünschten VECSEL-Eigenschaft, z.B. einer maximierten Ausgangsleistung oder einer minimierten Schwelle, der Einfluss der AR-Beschichtung berücksichtigt werden.

Die rechte Spalte im Bild (3.21, Unterplots (e-h)) zeigt die Auswirkungen der Raumtemperaturverschiebung zwischen der Unterresonatorresonanz und der Material-PL auf die Ausgangscharakteristik für eine Reflektivität des externen Spiegels von 98 %. Die Legende ist dieselbe wie in der linken Spalte. Modelliert wird die Verschiebung (Detuning) Δ durch einfaches Verschieben des optischen Confinementspektrums relativ zu dem „gewachsenen“ Spektrum, welches eine Verschiebung von -35 meV aufweist. Wiederum zeigt die unbeschichtete Probe überlegene Leistungen bei der maximalen Ausgangsleistung (Unterbild f) und minimaler Schwelle (g), wohingegen die Steigungseffizienzen (h) vergleichbar und relativ unabhängig von Δ sind. Besonders das Ergebnis für die Schwelle erscheint zunächst unerwartet, da das optische Confinement des beschichteten Spiegels (vergl. Bild (3.19)) den Wert des unbeschichteten in einem breiten Bereich beiderseits des Maximums übertrifft. Daher sollte das beschichtete Bauteil für Detunings von 10 bis 15 meV ein höheren modalen Gewinn bei gleicher Ladungsträgerdichte aufweisen als das unbeschichtete. Dieser Effekt ist jedoch komplett durch die Tatsache unterdrückt, dass die Form des Materialgewinnspektrums sehr breit und flach im Vergleich zum optischen Confinement ist. Daher bildet das Spektrum des modalen Gewinns im Wesentlichen die Eigenschaften des optischen Confinementfaktors Γ ab.

Die $P_{out,max}$ -Kurven (f) der AR und nAR Proben zeigen Maxima bei verschiedenen Detunings. Dabei verschiebt negatives Detuning zunächst einmal die Temperatur, bei der das thermische Überrollen auftritt, nach oben. Daraus folgt eine erhöhte Ausgangsleistung, wohingegen die gestiegenen Ladungsträgertemperaturen die Amplitude des Materialgewinns senken. Diese beiden gegenläufigen Effekte verursachen das beobachtete Maximum und unterstreichen wiederum die Notwendigkeit, den Einfluss der AR-Beschichtung bereits bei der Entwicklung des VECSELs zu berücksichtigen.

Einfluss der Antireflexionsbeschichtung auf die VECSEL-Anschaltdynamik

In einem weiteren Satz von Simulationen wird nun die dynamische Antwort des VECSELs auf eine 100 fs Anregung bei einer Wiederholfrequenz von 80 MHz untersucht und der Ein-

fluss der Antireflexionsbeschichtung auf diese Dynamik identifiziert. Dabei nehmen wir an, dass die Systemtemperatur konstant über eine Periode ist. Dies ist eine gute Näherung, da das Aufheizen des Gitters wie oben bereits angesprochen auf Zeitskalen von μs und damit weit oberhalb der Wiederholrate der gepulsten Anregung liegt. Bei dynamischen Berechnungen bestimmt die Resonatorlänge $l_{\text{Resonator}}$ den exponentiellen Anstieg der Laserintensität bei gegebenem modalen Nettogewinn $2\Gamma g(N, T) - \alpha$. Dabei muss die Resonatorumlaufzeit klein gegenüber dem Zeitfenster, in dem Nettogewinn vorliegt, sein. Andernfalls verschwindet der Nettogewinn bereits, bevor die Moden im Resonator aufgefüllt sind. Für die folgende Untersuchung wählen wir eine externe Resonatorlänge von 4.6 mm, woraus eine Resonatorumlaufzeit von rund 15 ps folgt. Diese ist deutlich kleiner als die Zeitskala der Ladungsträgerverluste, die im ns-Bereich liegt.

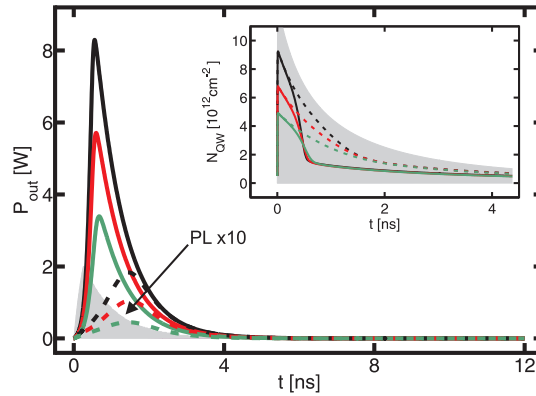


Abbildung 3.22.: Ratengleichungssimulationen der Emissionsdynamik des unbeschichteten (durchgezogene Linien) und AR-beschichteten (gestrichelte Linien) aktiven VECSEL-Spiegels für absorbierte Pumpleistungen von 2.1 W (grün), 3.2 W (rot), und 4.5 W (schwarz). Die grau gezeichnete Fläche zeigt den Anteil der reinen spontanen Emission an der Laserintensität für die höchste Pumpleistung (für bessere Sichtbarkeit um den Faktor 10 hochskaliert). Im Inset sind die entsprechenden Ladungsträgerdichteentwicklungen dargestellt. Die graue Fläche zeigt den Dichteverlauf für künstlich ausgeschaltete stimulierte Emission und $P_{\text{pump}} = 4.5 \text{ W}$.

Um Lasertätigkeit zu erzielen wird eine niedrige Schwelle benötigt. Deshalb wird, aufbauend auf den vorangegangenen Ergebnissen, die Reflektivität des externen Spiegels auf 99% und das Detuning auf -15 meV festgesetzt.

Die Kurzpulsanregung erzeugt Ladungsträger und damit verbundenen Gewinn auf einer schnellen (ps) Zeitskala, gefolgt von dem Aufbau des Laserfeldes auf einer ns-Zeitskala. Die daraus folgende, transiente Laseremission für unbeschichtete (durchgezogene Linien) und AR-beschichtete (gestrichelte Linien) Bauteile ist in Bild (3.22) für verschiedene Pumpleistungen aufgetragen. In beiden Fällen folgt die Laseremission dem selben charakteristischen Verlauf eines exponentiellen Anstiegs bis zu einem Maximum, gefolgt von einem exponentiellen Abfall. Der Anstieg wird von modalen Nettogewinn $2\Gamma g(N, T) - \alpha$ bestimmt und ist somit dichte- und temperaturabhängig. Anders als bei den cw-Berechnungen von Kapi-

tel (3.3.4) ist nun der modale Gewinn (und auch die Dichte) nicht auf den zur Erfüllung der Laserbedingung notwendigen Wert geklemmt, sondern ändert sich direkt mit der Pumpleistung.

Durch radiative und nichtradiative Verlustprozesse zerfällt die erzeugte Ladungsträgerdichte bereits ohne stimulierte Emission. Im Inset von Abbildung (3.22) zeigt die grau schattierte Fläche die zweidimensionale Ladungsträgerdichte für den Fall der höchsten Pumpleistung (4.5 W) bei künstlich abgeschalteter stimulierter Emission. Der hier beobachtete Zerfall der Dichte geht also einzig auf mononukleare Rekombination, spontane Emission und Auger-Prozesse zurück. Die spontane Emission in die Lasermode, die als Keim für den Aufbau der stimulierten Emission dient, ist auch in Bild (3.22) als graue Fläche dargestellt.

Bei eingeschalteter stimulierter Emission wird die Dichte durch den Aufbau des Laserfeldes abgebaut. Der unbeschichtete Fall zeigt dabei eine ausgeprägte Dichtereduktion ca. 0.7 ns nach der Anregung. Im beschichteten Fall ist der Dichteabfall weniger prägnant, aber dennoch vorhanden. Daran sieht man bereits den Haupteinfluss der AR-Beschichtung auf die Anschaltdynamik: in beiden Fällen sind die optischen Verluste α und der Materialgewinn $g(N, T)$ kurz nach der Anregung gleich. Beginnend mit dem spontan emittierten Licht baut sich die Laserintensität exponentiell mit $\Gamma g(N, T) - \alpha$ auf. Durch die Unterschiede im optischen Confinement Γ steigt die Lichtintensität im unbeschichteten Fall jedoch viel schneller als im AR-Fall. Während dieses Aufbaus reduziert sich die Verstärkung aufgrund der Ladungsträgerdichteverluste durch mononukleare Prozesse, PL, Auger und die steigende stimulierte Rekombination. Im Fall des unbeschichteten aktiven Spiegels ist der Laserintensitätsaufbau schnell verglichen mit den übrigen Ladungsträgerverlusten. Im beschichteten Fall sind beide Zeitskalen vergleichbar. Daher ist der Anteil der nichtstrahlend und spontan rekombinierenden Ladungsträger im letzteren Fall größer, was in einem schwächer ausgeprägten Emissionspeak mündet.

In Bild (3.23) sind die Unterschiede zwischen dem AR-beschichteten und dem unbeschichteten VECSEL nochmal präzisiert. Im Unterbild (a) ist die integrierte Ausgangsleistung in Abhängigkeit von der (gemittelten) Pumpleistung gezeigt. Anders als unter cw-Anregungs- und Emissionsbedingungen ist die Steigungseffizienz für das beschichtete Bauteil deutlich geringer als beim unbeschichteten. Dies ist eine Konsequenz aus dem beschriebenen Dichteverlust während der Aufbauphase der Laseremission. Weiterhin kann eine deutliche Sättigung der Ausgangsleistung P_{out} als Folge der extrem stark steigenden Auger-Verluste für sehr hohe Ladungsträgerdichten (vergleiche Bild (3.6)) beobachtet werden. Diese Verluste begrenzen effektiv die Ladungsträgerdichte, die zur stimulierten Rekombination zur Verfügung steht. Die Höhe des Emissionspeaks (b) folgt wie erwartet dem Verhalten der Gesamtausgangsleistung. Im Unterbild (c) ist die Verzögerung zwischen Pumpimpuls und Emissionsmaximum aufgetragen. Dort zeigt das unbeschichtete Bauteil die bereits besprochene, schnellere Anschaltdynamik. Für kleine Pumpleistungen nähern sich beide Kurven jedoch dem gleichen Wert. Dieser zeigt das Amplitudenmaximum der reinen PL-Emission an. In diesem Limes kann man nicht mehr von Laseraktivität sprechen.

Die Breite der emittierten Pulse der beschichteten und unbeschichteten Bauteile sind im Unterbild (d) aufgetragen. Unterhalb der Schwelle zeigen beide Kurven wiederum die

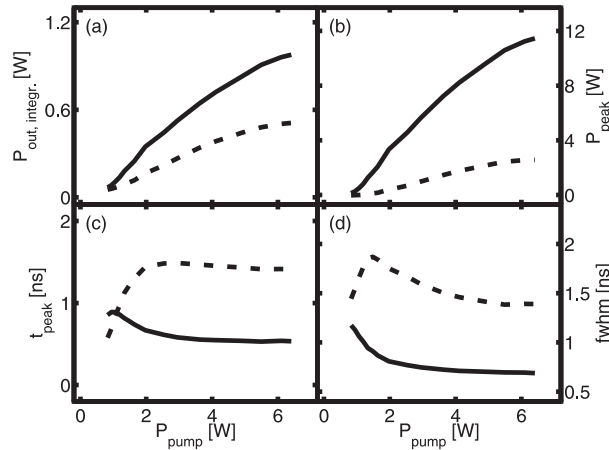


Abbildung 3.23.: Vergleich der dynamischen Eigenschaften unbeschichteter (durchgezogene Linien) und AR-beschichteter (gestrichelte Linien) VECSEL für verschiedene Pumpleistungen. Unterbild (a) zeigt die zeitintegrierte emittierte Ausgangsleistung, Unterplot (b) die maximale Emissionspeakhöhe, Unterplot (c) die Anschaltzeit als Verzögerung zwischen Pumpimpuls und Emissionsmaximum und Unterplot (d) die volle Halbwertsbreite des Emissionspeaks.

Tendenz zum gleichen Wert, der die Breite der reinen PL-Emission anzeigt. Für steigende Pumpleistungen sinkt die volle Halbwertsbreite (fwhm) der transienten Emission des unbeschichteten VECSEL wie erwartet. Beim AR-beschichteten VECSEL steigt dieselbe Größe zunächst und sinkt erst später. Dieser anfängliche Anstieg der vollen Halbwertsbreite ist auf verstärkte spontane Emission und keine richtige Laseraktivität zurückzuführen.

Vergleichend zeigt also die Einführung einer Antireflexionsbeschichtung im dynamischen Regime tendenziell dieselben Auswirkungen auf die VECSEL Eigenschaften wie unter stationären Bedingungen. Die Beschichtung reduziert die optische Modenstärke an den Quantenfilmpositionen, womit der Laserintensitätsaufbau nach einer ultraschnellen Anregung reduziert wird. Daraus folgen dann eine höhere Laserschwelle und eine größere Verzögerung zwischen Pumpimpuls und Emission.

3.3.5. Thermisches Überrollen

Zum Abschluss dieser Betrachtungen wollen wir uns noch einmal etwas detaillierter mit dem Mechanismus des thermischen Überrollens beschäftigen. Offensichtlich ist das thermische Überrollen ein Effekt, der durch die energetische Verschiebung von Resonatormode und Gewinnspektrum mit unterschiedlichen Temperaturabhängigkeiten hervorgerufen wird. Bild (3.24) zeigt das grundlegende Prinzip: durch die unterschiedlichen Temperaturabhängigkeiten bleibt eine Nettoverschiebung zwischen Mode und Gewinn übrig, die bei entsprechend hoher Verlustleistung des Lasers und daraus resultierender Temperatur und Nettoverschiebung den Überlapp zwischen Mode und Gewinn klein werden lässt, woraufhin der Laser ausschaltet.

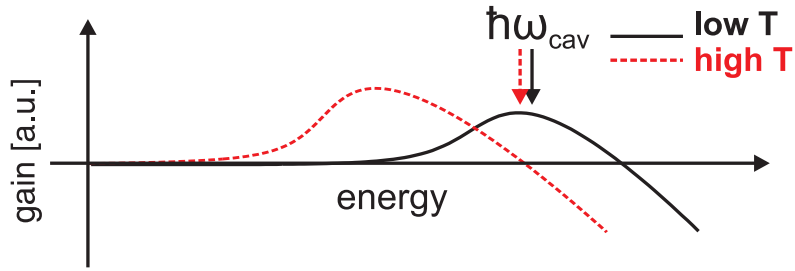


Abbildung 3.24.: Mechanismus des thermischen Überrollens. Bei kleinen Temperaturen sind Resonatormode ω_{cav} und der maximale Gewinn bei gleicher Energie und der modale Gewinn ist groß (schwarze durchgezogene Linie). Bei hoher Temperatur (rote, gestrichelte Linien) verschieben sowohl die Resonatormode als auch das Gewinnspektrum zu kleineren Energien, jedoch mit unterschiedlichen Koeffizienten, was zu verschwindendem Überlapp führen kann.

Etwas genauer betrachtet stellt sich die Situation komplizierter dar. Betrachtet man beispielsweise einen VECSEL, der im stationären Zustand oberhalb der Schwelle betrieben wird, so ist der modale Gewinn nun an die optischen Verluste des Resonators geklemmt. Nehmen wir ferner an, dass dessen Temperatur gerade so ist, dass die energetische Position der Resonatormode mit dem Maximum des Gewinnspektrums zusammenfällt. Erhöht man nun die Pumpleistung, so steigt neben der Laserausgangsleistung auch die Systemtemperatur. Der Gewinn schiebt dadurch relativ zur Resonatormode zu kleineren Energien und der modale Gewinn würde sinken. Ausgeglichen wird dies nun durch eine höhere Ladungsträgerdichte, die den spektralen Bereich, in dem Gewinn vorliegt, im Wesentlichen verbreitert (vergleiche auch Abbildung (3.3)), und damit die Verschiebung von Resonatormode und Bandkante kompensiert. Dieser Kompensationsmechanismus funktioniert über einen weiten Parameterbereich von T und N_{QW} - weit größer als die typischen Ladungsträgerdichten beim Überrollen, die in den vorangegangenen Ratengleichungssimulationen bestimmt wurden.

Warum schaltet der Laser beim Überrollen also so schlagartig ab? Die nachfolgenden Analysen zeigen auf zwei unterschiedliche Weisen, dass das Überrollen ein Resultat der nichtlinearen Ladungsträgerverluste des Systems sind. Dazu wird zunächst einmal an einem möglichst einfachem Modell die Leistungscharakteristik und die Temperaturentwicklung im Laser analytisch betrachtet. Bereits hier werden die grundlegenden Mechanismen deutlich.

Dann betrachten wir dasselbe Problem aus einer anderen Perspektive, und zeigen das Stabilitätskriterium für den Laserbetrieb am Beispiel des VECSELs aus diesem und dem vorangegangenen Kapitel unter Verwendung der berechneten mikroskopischen Gewinn- und Verlustdaten, auf.

(1) Analytisches Modell

Im stationären Laserbetrieb ist der modale Gewinn an die optischen Verluste geklemmt. Daraus folgt, solange der Laser noch nicht thermisch übergerollt ist, dass sich zu jeder Sys-

temperatur eine stationäre Ladungsträgerdichte einstellt. In dem betrachteten Energiebereich der Laseremission sowie einem Temperaturbereich von Zimmertemperatur bis rund 450 K sind sowohl die Resonatormodenverschiebung als auch die Bandlückenverschiebung linear mit der Temperatur, jedoch mit unterschiedlichen Steigungen, weshalb eine lineare Relativverschiebung der Bandlücke zu kleineren Energien übrigbleibt. Die Ladungsträgerdichte muss nun also genau so mit der Temperatur ansteigen, dass der Bereich, in dem der durch die Laserverluste sowie Modenstärke bestimmte Materialgewinn vorliegt, mit der relativen Energieverschiebung zunimmt. Dies bedeutet aber nichts anderes, als dass die Ladungsträgerdichte so zunehmen muss, dass eine (ausreichende) Besetzungsinversion bei höheren Ladungsträgerimpulsen mit Energien, die der relativen Temperaturverschiebung entsprechen, vorliegt.

Betrachten wir nun den Spezialfall eines optisch aktiven Materials, dessen Bandstruktur durch ein Zweibandmodell mit parabolischen Bändern und gleichen effektiven Massen beschrieben werden kann, und nehmen weiter an, dass die optischen Verluste sehr klein sind, also nur sehr wenig Materialgewinn notwendig ist, um Laserbetrieb zu erreichen. Dann bildet die Position des chemischen Potentials, das nun in beiden Bändern gleich ist, die obere Grenze des Netto-Gewinnbereichs.

Zusammen mit den anderen Vorüberlegungen bedeutet das, dass im stationären Laserbetrieb in dem Modellsystem die Ladungsträgerdichte mit der Systemtemperatur so ansteigen muss, dass das chemische Potential genauso wie die relative Verschiebung zwischen Mode und Gewinn mit der Temperatur, also linear, steigt.

Das chemische Potential für parabolische Bänder ist analytisch bekannt[14]:

$$\mu = \frac{1}{\beta} \cdot \ln(\exp(\hbar^2 \beta \pi N/m) - 1), \quad (3.20)$$

mit $\beta = 1/(k_B T)$ und der Boltzmann Konstante k_B . Wir ziehen die Exponentialfunktion aus dem Logarithmus,

$$\mu = \hbar^2 \pi \frac{N}{m} + \frac{1}{\beta} \cdot \ln(1 - \exp(-\hbar^2 \beta \pi N/m)) \quad (3.21)$$

und erkennen, dass das Argument der übrigbleibenden Exponentialfunktion für Werte von $m = 0.06 \cdot m_0$ ⁶, $T = 300K$ und $N = 2 \cdot 10^{16} m^{-2}$ ungefähr -3 ist. Damit ist die Exponentialfunktion klein gegen eins, und der Logarithmus lässt sich zu

$$\mu \approx \hbar^2 \pi \frac{N}{m} - \frac{1}{\beta} \exp(-\hbar^2 \beta \pi N/m) \quad (3.22)$$

entwickeln. Für nicht zu große T erhalten wir also, dass das chemische Potential μ im Wesentlichen proportional zur Ladungsträgerdichte N ansteigt. Schlussendlich folgt daraus, dass die Schwelldichte in dem Modellsystem im Wesentlichen linear von der Systemtemperatur abhängt und daher mit

$$N_{threshold}(\Delta T) = N_0 + \alpha \Delta T \quad (3.23)$$

⁶entspricht etwa der Krümmung des ersten Leitungssubbandes in den $(\text{In}_{0.21}\text{Ga}_{0.79})\text{As}$ Quantenfilmen

und einem Proportionalitätsfaktor α beschrieben werden kann.

Um einen analytischen Einblick in die Zusammenhänge des thermische Überrollens zu bekommen, betrachten wir die Systemtemperatur. Dazu nehmen wir an, dass wir den Wärmetransport an die Wärmesenke wie bereits bei den Ratengleichungssimulationen durch einen effektiven thermische Widerstand R_{th} beschreiben können. Dann ist die transportierte Leistung im stationären Zustand aus dem aktiven Medium der Temperatur T zur Wärmesenke, die auf der konstanten Temperatur T_S gehalten werden soll,

$$P_{thermal} = 1/R_{th} * (T - T_S). \quad (3.24)$$

Lösen wir diese Gleichung für die Differenztemperatur $\Delta T = T - T_S$, ergibt

$$\Delta T = R_{th} \cdot P_{thermal}. \quad (3.25)$$

Im stationären Zustand ist der thermische Leistungsverlust die Differenz aus der absorbierten Pumpleistung P_{pump} und der stimuliert emittierten Leistung P_{stim} . Zusätzlich treten noch Verluste durch spontane Emission auf, die zum Teil zur Wärme beitragen (durch Relaxation von der Pumpenergie zur Bandkante) und zum Teil nicht (Emission an der Bandkante, geht als Licht dem System verloren). Letzteren Teil vernachlässigen wir in dieser Betrachtung.

Die thermischen Verluste resultieren von zwei unterschiedlichen Effekten: einerseits gehen Ladungsträger durch nichtstrahlende und spontane Rekombinationen verloren und ihre Energie wird direkt in Wärme umgewandelt. Andererseits rekombinieren die Ladungsträger, eine Besetzungsinversion vorausgesetzt, stimuliert und verstärken damit das Laser Lichtfeld. Bei diesem Prozess verbleibt die Differenz aus der Energie, bei der das stimuliert rekombinierende Ladungsträgerpaar erzeugt wurde, und der Energie, die das durch die Rekombination entstandene Photon wegträgt, im System. Dieser auch Quantendefekt oder Quantenüberschuss genannte Energiebetrag pro rekombinierendem Elektron-Loch-Paar trägt direkt zur Aufheizung des Ladungsträgersystems und damit zur Aufheizung des Gesamtsystems bei. Wenn wir vereinfachend annehmen, dass wir die Ladungsträgerverluste durch die in Kapitel 2.4.4 eingeführten, konstanten A, B, C Koeffizienten darstellen können, ergibt sich

$$\frac{\partial}{\partial t} N_{loss} = A \cdot N + B \cdot N^2 + C \cdot N^3. \quad (3.26)$$

Da jedes verlorengeladene Elektron-Loch Paar bei der Pumpenergie erzeugt wurde, ergibt sich für den Leistungsverlust durch A und C

$$P_A = A \cdot N \cdot \hbar\omega_{pump}, \quad P_C = C \cdot N^3 \cdot \hbar\omega_{pump}. \quad (3.27)$$

Bei der spontanen Emission müssen wir noch die Energie des erzeugten Photons abziehen, die wir vereinfachend mit der Laserenergie gleichsetzen. Dadurch ergibt sich

$$P_B = B \cdot N^2 \cdot (\hbar\omega_{pump} - \hbar\omega_{laser}). \quad (3.28)$$

Der Leistungsverlust durch den Quantendefekt beträgt

$$P_{loss,QDef} = P_{stim} \frac{\hbar\omega_{pump} - \hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{laser}}. \quad (3.29)$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} P_{thermal} &= P_{pump} - P_{stim} \\ &= P_{loss,QDef} + P_A + P_B + P_C \\ &\equiv P_{loss,QDef} + P_{th} \end{aligned} \quad (3.30)$$

mit dem zusammengefassten Leistungsverlust durch Ladungsträgerrekombination P_{th} .
Damit ergibt sich die Änderung der Systemtemperatur ΔT zu

$$\begin{aligned} \Delta T &= R_{th} \cdot (P_{pump} - P_{stim}) \\ &= R_{th} \cdot (P_{loss,QDef} + P_{th}) \\ &= R_{th} \cdot \left(P_{stim} \left(\frac{\hbar\omega_{pump} - \hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{laser}} \right) + P_{th} \right) \\ &= R_{th} \cdot \left((P_{pump} - P_{th}) \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \cdot \frac{\hbar\omega_{pump} - \hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{laser}} + P_{th} \right) \\ &= R_{th} \cdot \left(P_{pump} \left(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right) + P_{th} \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right), \end{aligned} \quad (3.31)$$

wobei wir wiederum ausnutzen, dass jedes stimuliert rekombinierende Elektron-Loch Paar bei der Pumpenergie erzeugt wurde, also $P_{stim} = (P_{pump} - P_{th}) \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}}$.

Um Gleichung (3.31) analytisch zu lösen, vernachlässigen wir den Auger-Term in Gleichung (3.27), indem wir annehmen, dass er klein gegenüber den spontanen Emissionsverlusten aus Gleichung (3.28) ist. Vergleicht man die entsprechenden mikroskopischen Verlustterme für den vorangehend untersuchten VECSEL, so folgt bei mittleren Dichten und Temperaturen ($T = 350$ K und $N_{QW} = 2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$) eine etwa zehnmal kürzere Lebensdauer durch spontane Emission ($\tau_{spont} = 2.6 \cdot 10^{-9}$ s) als durch Auger-Verluste ($\tau_{Auger} = 2 \cdot 10^{-8}$ s). Auch bei hohen Dichten und Temperaturen ($T = 400$ K und $N_{QW} = 3.7 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$) bleibt noch ein Faktor 1.6 übrig ($\tau_{spont} = 2.7 \cdot 10^{-9}$ s, $\tau_{Auger} = 4.3 \cdot 10^{-9}$ s), womit die obige Näherung gerechtfertigt ist.

Wir schreiben

$$\frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} P_{th}(\Delta T) \approx P_{th,0} + \tilde{A} \Delta T + \tilde{B} \Delta T^2 \quad (3.32)$$

wobei

$$\begin{aligned} P_{th,0} &= A \hbar\omega_{laser} N_0 + B \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} (\hbar\omega_{pump} - \hbar\omega_{laser}) N_0^2 \\ \tilde{A} &= A \hbar\omega_{laser} \alpha + 2 \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \alpha N_0 B (\hbar\omega_{pump} - \hbar\omega_{laser}) \\ \tilde{B} &= B \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} (\hbar\omega_{pump} - \hbar\omega_{laser}) \alpha^2. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Zusammen mit Gleichung (3.23) bekommen wir

$$\begin{aligned}
\Delta T &= R_{th} \cdot \left(P_{pump} \left(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right) + P_{th} \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right) \\
&= R_{th} \cdot \left(P_{pump} \left(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right) + P_{th,0} + \tilde{A}\Delta T + \tilde{B}\Delta T^2 \right) \\
&\Rightarrow \\
\Delta T_{\pm} &= \frac{1 - R_{th}\tilde{A}}{2R_{th}\tilde{B}} \pm \sqrt{\left(\frac{1 - R_{th}\tilde{A}}{2R_{th}\tilde{B}} \right)^2 - \frac{P_{pump} \left(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right) + P_{th,0}}{\tilde{B}}} \quad (3.34)
\end{aligned}$$

Da die Temperatur mit steigender Pumpleistung steigen muss, der Betrag unter der Wurzel aber mit steigendem P_{pump} fällt (\tilde{B} ist immer > 0), kann nur die Lösung mit der negativen Wurzel in Gleichung (3.34) physikalisch sein. Weiterhin gilt $R_{th}\tilde{A} < 1$ für realistische Parameter.

An dieser Stelle wollen wir zunächst den physikalischen Inhalt von Gleichung (3.34) untersuchen. Geht man auf die Definitionen aus Gleichung (3.33) zurück, erkennt man, dass der erste Term in Gleichung (3.34) positiv für endliches \tilde{B}, R_{th} ist, und die Dimension einer Temperatur hat. Bezeichnet man diesen Term mit T_0 , ergibt sich

$$\Delta T = T_0 - T_0 \sqrt{1 - \frac{P_{pump} \left(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right) + P_{th,0}}{\tilde{B}T_0^2}} \quad (3.35)$$

Eine Entwicklung der Wurzel nach Taylor führt zu

$$\begin{aligned}
\Delta T &= \frac{P_{pump} \left(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right) + P_{th,0}}{2\tilde{B}T_0} + \frac{(P_{pump} \left(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right) + P_{th,0})^2}{8\tilde{B}^2T_0^3} + \dots \\
&\approx \frac{R_{th}}{1 - R_{th}\tilde{A}} \left(P_{pump} \left(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right) + P_{th,0} \right) \\
&\quad + \left(\frac{R_{th}}{1 - R_{th}\tilde{A}} \right)^3 \tilde{B} \left(P_{pump} \left(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right) + P_{th,0} \right)^2 \quad (3.36)
\end{aligned}$$

Gleichung (3.36) zeigt, dass die Systemtemperatur für kleine absorbierte Pumpleistungen linear mit P_{pump} steigt. Die Steigung ist durch den Quantendefekt $(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}})$, den thermischen Widerstand R_{th} und den Verlustkoeffizienten \tilde{A} , der jetzt nicht mehr nur die monomolekularen Verluste A , sondern auch den linearen Anteil der spontanen Verluste enthält, bestimmt. Für größere Pumpleistungen wird ein quadratischer Term proportional zu \tilde{B} wichtig, der die Temperaturkorrekturen durch die quadratische Abhängigkeit der spontanen Emission aufgreift.

Für noch höhere Pumpleistungen ist die Vernachlässigung der höheren Taylorkoeffizienten nicht mehr gerechtfertigt, und die Gleichung (3.34) muss komplett gelöst werden. Dies

werden wir etwas später, bei der Diskussion der Relation zwischen emittierter und absorbierter Leistung, nachholen.

Um diese Leistungsrelation zu bekommen, arrangieren wir Gleichung (3.30) etwas um und benutzen Gleichung (3.29) und den Ansatz (3.32):

$$\begin{aligned} P_{stim} &= \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} P_{pump} - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} P_{th} \\ &\approx \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} P_{pump} - P_{th,0} - \tilde{A}\Delta T - \tilde{B}\Delta T^2. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Setzt man Gleichung (3.34) ein, ergibt sich

$$P_{stim} = P_{pump} + \frac{1}{R_{th}} \sqrt{T_0^2 - \frac{P_{pump}(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}}) + P_{th,0}}{\tilde{B}}} - \tilde{A}T_0 - 2\tilde{B}T_0^2. \quad (3.38)$$

Nach nochmaliger Taylorentwicklung folgt das bemerkenswerte Resultat

$$\begin{aligned} P_{stim} &= \frac{\hbar\omega_{laser} - R_{th}\tilde{A}\hbar\omega_{pump}}{\hbar\omega_{pump}(1 - R_{th}\tilde{A})} P_{pump} - \frac{1}{1 - R_{th}\tilde{A}} P_{th,0} \\ &\quad - \frac{\tilde{B}R_{th}^2}{(1 - R_{th}\tilde{A})^2} \left(P_{pump}(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}}) + P_{th,0} \right)^2 + \dots \end{aligned} \quad (3.39)$$

Dies zeigt, dass die Quanteneffizienz, die wir als Verhältnis aus über die Schwelle hinaus absorbierter Pumpleistung und stimuliert emittierter Laserleistung definieren, ein konstantes Verhalten für kleine Pumpleistungen aufzeigt. Alternativ kann man Gleichung (3.39) auch so lesen, dass ohne quadratische (oder höhere) Abhängigkeiten der Ladungsträgerverluste kein thermisches Überrollen auftritt, sondern sich eine konstante Quanteneffizienz abhängig von \tilde{A} und der Wärmeleitfähigkeit R_{th} einstellt. In Bild (3.25) ist diese Abhängigkeit von $R_{th}\tilde{A}$ für $\hbar\omega_{pump} = 1.5\text{eV}$ und $\hbar\omega_{laser} = 1.1\text{eV}$ gezeigt. Für verschwindenden Verlust ($\tilde{A} \rightarrow 0$) oder unendliche Wärmeleitfähigkeit ($R_{th} \rightarrow 0$) nähert sich die Quanteneffizienz dem fundamentalen Limit von $\hbar\omega_{cav}/\hbar\omega_{pump}$, das bei diesen Parametern 0.733 ist. Für endliche Verluste und endlichen Wärmewiderstand sinkt die Quanteneffizienz wie erwartet.

In Bild (3.26) ist der Temperaturanstieg und die stimulierte Emissionsleistungsabhängigkeit⁷ von der Pumpleistung für realistische Laserparameter ($A = 10^7\text{s}^{-1}$, $B = 10^{-10}\text{cm}^3\text{s}^{-1}$, $N_0 = 2 \cdot 10^{12}\text{cm}^{-2}$, $\alpha = 2.9 \cdot 10^{10}\text{K}^{-1}\text{cm}^{-2}$, $R_{th} = 10\text{KW}^{-1}$) dargestellt. Die blauen Linien zeigen die volle Rechnung nach den Gleichungen (3.34) und (3.38). Dabei wird der nichtlineare Temperaturanstieg und das daraus folgende Abschalten des Lasers sichtbar. Für kleinere Pumpleistungen stellen die Taylorentwicklungen (3.36) und (3.39), hier rot dargestellt, eine vertretbare Näherung der vollen Lösung dar. Jedoch ist das thermische Überrollen hier nicht enthalten. Eine weitere Reduktion der Komplexität durch die

⁷Die tatsächlich aus dem Laser emittierte Leistung sinkt noch um den Faktor der Auskoppeleffizienz, $\eta_{out} = \ln(R_2)/\ln(R_1 R_2 T_{loss})$ [39]

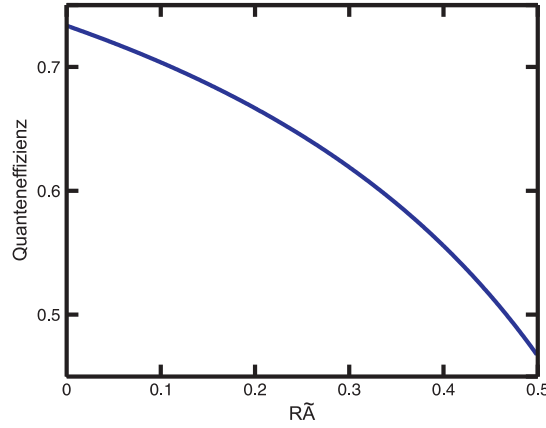


Abbildung 3.25.: Quanteneffizienz des Pumpprozesses abhängig vom Produkt aus thermischem Widerstand R_{th} und linearem Verlust \tilde{A} bei vernachlässigtem \tilde{B} .

Vernachlässigung der quadratischen Dichteabhängigkeit der Ladungsträgerverluste ergibt die grüne Kurve in Bild (3.26). Die Steigung der resultierenden Leistungscharakteristik folgt Bild (3.25) für das hier verwendete $R_{th}\tilde{A} \approx 0.14$. Insbesondere nahe der Laserschwelle ist die Quanteneffizienz vom Produkt $R_{th}\tilde{A}$ bestimmt, und weicht damit signifikant von $\hbar\omega_{laser}/\hbar\omega_{pump}$ [39] ab.

Auch wenn für die Überrolltemperatur (entsprechend dazu auch für die Leistungscharakteristik) unrealistisch hohe Zahlenwerte im Bereich der thermischen Zersetzung des Materials aus dieser Analyse folgen, so bietet sie doch einigen Aufschluss über die Ursachen des thermischen Überrollens. Unter der Voraussetzung einer linearen Abhängigkeit zwischen Ladungsträgerdichte und Systemtemperatur bei geklemmtem modalen Gewinn im Laserbetrieb, ist das thermische Überrollen das Resultat von mindestens quadratisch von der Ladungsträgerdichte abhängigen Verlusten (spontane Emission, Auger - hier vernachlässigt). Monomolekulare Verluste alleine können ungeachtet ihrer Größenordnung das Herauslaufen des Gewinns aus der Resonatormode nicht erklären, da die sich gleichzeitig erhöhende Ladungsträgerdichte den Gewinnbereich im selben Maß erweitert. Weiterhin hat Gleichung (3.38) nur für Pumpleistungen

$$P_{pump} \leq \left(T_0^2 \tilde{B} - P_{th,0} \right) \left(1 - \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump}} \right)^{-1} \quad (3.40)$$

reelle Lösungen. Dies spiegelt unsere Grundannahme wider, dass die Laserbedingung erfüllt sein soll, welches für Pumpleistungen, die die obige Bedingung nicht mehr erfüllen, nicht mehr physikalisch richtig ist. Eine etwas detailliertere Untersuchung dieses Umstandes wird im nächsten Unterkapitel durchgeführt.

Dieses vereinfachte Modell eignet sich insbesondere dazu, grundlegende Abhängigkeiten von bauteilrelevanten Parametern wie der Temperatur zu studieren. Der Trend bei der Bauteilentwicklung geht aktuell zu immer ausgefeilteren Methoden, die entstehende Wärme bestmöglich abzuführen, also den thermischen Widerstand R_{th} zu minimieren. Bei

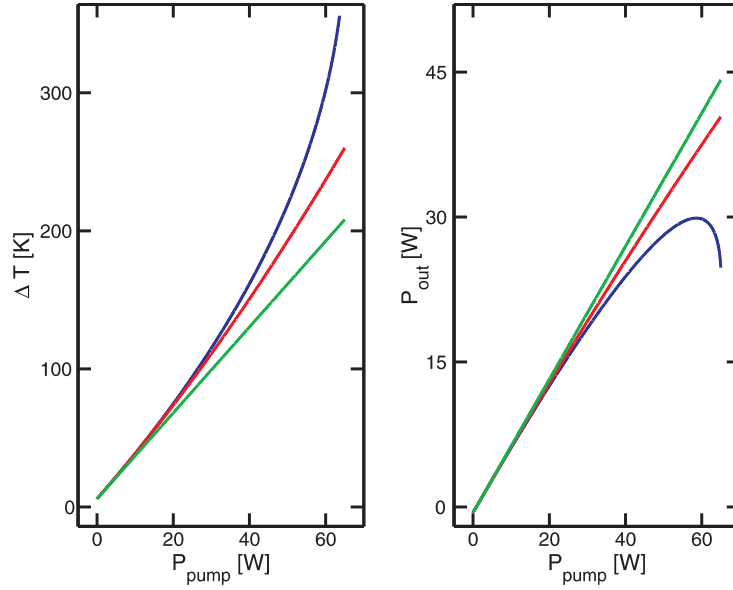


Abbildung 3.26.: Temperaturerhöhung ΔT (linkes Teilbild) und Leistung der stimulierten Emission P_{stim} (rechtes Teilbild) aufgetragen gegenüber der Pumpleistung P_{pump} für die verschiedenen Näherungen von Gleichung (3.34) und (3.38) bei $R_{th} = 10 \text{ K/W}$. Blaue Linien entsprechen der Lösung der vollen Gleichungen, rote der Taylorentwicklung bis zum ersten Glied und die grünen Kurven berücksichtigen nur die linearen Terme der Gleichungen (3.34) und (3.38). Parameter siehe Text.

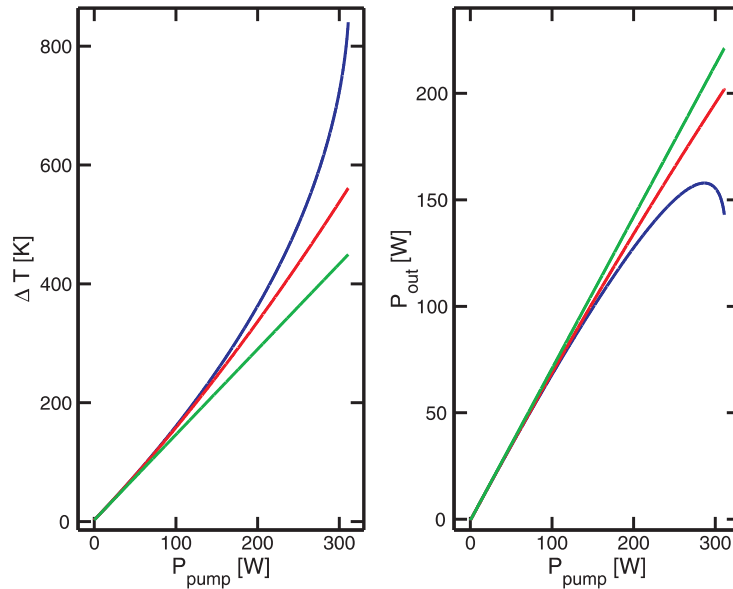


Abbildung 3.27.: Darstellung und Parameter analog zu Bild (3.26), mit auf $R_{th} = 5 \text{ K/W}$ reduziertem thermischen Widerstand.

gleicher Pumpleistung bedeutet die bessere Wärmeleitfähigkeit natürlich eine Absenkung der Bauteiltemperatur und auf die Leistungscharakteristik bezogen ein späteres thermisches Überrollen bei insbesondere höheren Systemtemperaturen. Auf der Suche nach immer höheren Ausgangsleistungen folgt dann ab einem gewissen Punkt, dass thermisches Überrollen keine Relevanz mehr haben wird, da die Überrolltemperatur bereits oberhalb der thermischen Stabilitätsgrenze des Halbleitermaterials liegt. Gezeigt ist dies in Bild (3.27), bei dem ein halbiertes thermischer Widerstand für ansonsten unveränderte Parameter aus Bild (3.26) verwendet wurden. Die Überrolltemperatur ist dabei im Vergleich zu Bild (3.26) um mehr als das doppelte angestiegen.

Umgekehrt ist eine Systemtemperatur von z.B. 100 K im Beispiel mit $R_{th} = 5 \text{ K/W}$ bei rund 60 W, im Beispiel von $R_{th} = 10 \text{ K/W}$ jedoch bereits bei $P_{pump} = 25 \text{ W}$ erreicht. Der für Hochleistungsanwendungen gängige Ansatz, die Wärmeleitfähigkeit zur Wärmesenke zu verbessern, ist also wie erwartet sehr erfolgreich. Alternativ dazu könnte man jedoch versuchen, den linearen Verlust \tilde{A} zu senken, da dieser einen ebensolch starken Effekt zumindest auf die anfängliche Steigungseffizienz hat (vergleiche auch Abbildung (3.25)).

In der vorgestellten Analyse ist der Aspekt der Flächenskalierbarkeit, der als ein zentraler Vorteil des Halbleiterscheibenlaserkonzepts angesehen wird, noch nicht explizit aufgetreten. Da jedoch als einziger Parameter der Wärmewiderstand R_{th} eine geometrische Komponente enthält, entspricht eine Vergrößerung der Pumpfläche gerade einer Reduktion des Wärmewiderstandes⁸.

(2) Stabilitätskriterium des thermischen Überrollens

Um ein Stabilitätskriterium für den Laserbetrieb und damit auch für das thermische Überrollen zu erarbeiten, betrachten wir zunächst die Leistungsbilanz des Lasers. Es gilt

$$P_{pump} = P_{stim} + P_{spont} + P_{thermal} \quad (3.41)$$

mit der Pumpleistung P_{pump} , der emittierten Laserleistung P_{stim} und der spontanen Emission P_{spont} , die beide nicht zur Erwärmung beitragen, und den Wärmeverlusten $P_{thermal}$. Die Wärmeverluste wiederum setzen sich zusammen aus den beiden Beiträgen der Ladungsträgerverluste und des Quantendefekts derjenigen Ladungsträger, die stimuliert rekombinieren:

$$P_{thermal} = P_{stim} \left(\frac{\hbar\omega_{pump}}{\hbar\omega_{cav}} - 1 \right) + P_A + P_B + P_C. \quad (3.42)$$

⁸Nimmt man einen rein linearen Wärmetransport in Wachstumsrichtung an, so ist R_{th} sogar invers proportional zur beleuchteten Fläche A . Da der Wärmetransport jedoch insbesondere im Randbereich zwischen angeregter und nichtangeregter Fläche nichtlinear in Wachstumsrichtung verläuft [67], ist R_{th} i.A. nicht proportional zu A^{-1}

Andererseits ergibt sich für jede Verlustleistung eine über den thermischen Widerstand R_{th} bestimmte Systemtemperatur T . Da

$$\begin{aligned} T &= T_S + R_{th}P_{thermal} = T_S + R_{th}(P_{stim}(\frac{\hbar\omega_{pump}}{\hbar\omega_{cav}} - 1) + P_A + P_B + P_C) \\ &= T_S + R_{th}P_{stim}(\frac{\hbar\omega_{pump}}{\hbar\omega_{cav}} - 1) + R_{th}(P_A + P_B + P_C) \\ &\equiv T_S + \Delta T_{stim} + \Delta T_{loss}, \end{aligned} \quad (3.43)$$

definieren wir den Anteil der Temperaturerhöhung durch den Quantendefekt der stimuliert emittierten Laserleistung $\Delta T_{stim} = R_{th}P_{stim}(\frac{\hbar\omega_{pump}}{\hbar\omega_{cav}} - 1)$ und den rein auf die Ladungsträgerverluste zurückzuführenden Anteil $\Delta T_{loss} = R_{th}(P_A + P_B + P_C)$.

Betrachten wir zunächst den Zusammenhang zwischen Dichte und Temperatur im Laserbetrieb durch die Notwendigkeit, dass eben dafür die Laserbedingung erfüllt sein muss. In Bild (3.28) ist der maximale modale Gewinn des unbeschichteten Resonators abzüglich der optischen Verluste für $R_2 = 0.98$, $\Delta = -35$ meV und ansonsten gleichen Parametern wie im restlichen Kapitel in Abhängigkeit von Temperatur und Quantenfilmladungsträgerdichte aufgetragen. Grundlage dafür sind die mikroskopischen Gewinnspektren $g(\hbar\omega, N, T)$ und der optische Überlapp von Resonatormoden und aktivem Material $\Gamma(\hbar\omega, T)$. Der maximale modale Gewinn ist dann $g_{mod,max}(N, T) = \max_{\hbar\omega} g(\hbar\omega, N, T) * \Gamma(\hbar\omega, T)$.

Man erkennt in Bild (3.28) in Graustufen markiert den Bereich, in dem Nettogewinn vorliegt. Je höher die Dichte bei gleicher Temperatur ist, umso größer ist der Nettogewinn (dargestellt durch dunklere Flächen). Für die Temperaturabhängigkeit gibt es kein monotonen Verhalten dieser Art. Der maximale Nettogewinn liegt bei allen Dichten nicht bei den niedrigsten Temperaturen, sondern bei etwa $T = 320$ K. Dies liegt an dem Raumtemperaturdetuning zwischen Resonator und dem Maximum der Quantenfilm-PL. Erst bei höheren Temperaturen schiebt sich der Gewinn vollkommen in die Resonatormode hinein, und der modale Gewinn maximiert sich. Für darüber hinausgehende Temperaturen ist der modale Gewinn und damit auch der Nettogewinn im System wie erwartet monoton abfallend mit T . Für unsere weiteren Betrachtungen ist die Höhenlinie, bei der der modale Gewinn gleich den optischen Verlusten ist, von besonderer Bedeutung (hier blau gezeichnet). Dies stellt nun die charakteristische Dichte-Temperaturbeziehung im Laserbetrieb dar, auf die wir bei der analytischen Untersuchung des thermischen Überrollens im vorangegangenen Kapitel bereits in einer genäherten Form getroffen sind. Dort wurde $T(N)$ als linear angenommen, was für positivem Abstand zwischen Resonatorlinie und PL-Peakposition $\hbar\omega_{Resonator} - \hbar\omega_{PL}$ als eine akzeptable Näherung erscheint. Die sichtbaren Abweichungen sind hier maßgeblich auf die Nichtparabolizität der Bänder in der mikroskopischen Rechnung im Vergleich zum analytischen Modell zurückzuführen.

Erwähnenswert an dieser Stelle soll noch die Tatsache sein, dass $T(N)$ aufgrund des Hineinlaufens des Gewinns in die Resonatormode bei ca. 320 K keine richtige Funktion, sondern genaugenommen eine Relation darstellt, denn zu einigen Dichten existieren zwei Temperaturen, die die Laserbedingung erfüllen. Andererseits ist die „Umkehrfunktion“ wiederum eine echte Funktion. Im Folgenden teilen wir daher die Umkehrfunktion $N(T)$ in

zwei Funktionen $N(T^>)$ und $N(T^<)$, jeweils definiert in den Bereichen oberhalb und unterhalb des Dichteminimums, die wiederum umkehrbar sind, auf. Wenn wir nun von $T(N)$ sprechen, betrachten wir implizit die beiden Umkehrfunktionen von $N(T^>)$ und $N(T^<)$.

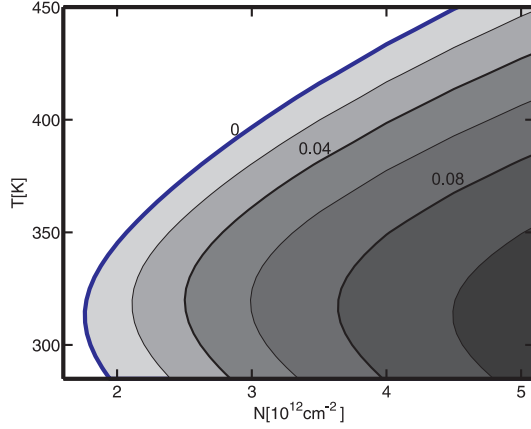


Abbildung 3.28.: Dichte- und Temperaturabhängigkeit des Nettogewinns ($2\Gamma g(\omega_{laser}, T, N_{QW}) - \alpha$) im unbeschichteten VECSEL (Aufbau siehe Kapitel 3.1) bei $\Delta = -35$ meV, $R_1 = 0.9999$, $R_2 = 0.98$ und $T_{loss} = 0.99$. Je dunkler die Fläche, desto höher der Nettogewinn, die weiße Fläche bedeutet Nettoverlust. Die blaue Linie markiert die Temperatur $T(N)$, bei der die Laserbedingung (Gewinn = Verlust) vorliegt.

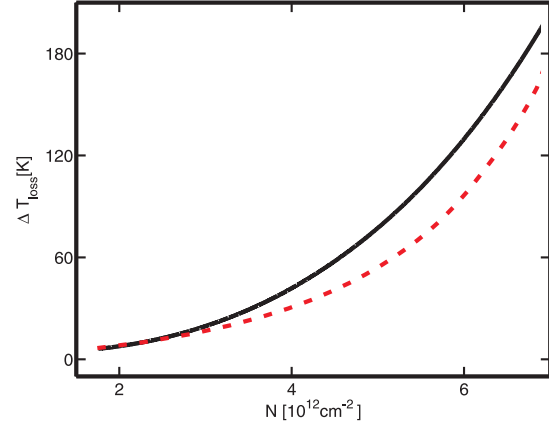


Abbildung 3.29.: Dichteabhängigkeit der Verlusttemperaturerhöhung ΔT_{loss} des VECSELs aus Kapitel 3.1, berechnet auf der Basis der mikroskopischen Verlustraten (Bilder (3.5) und (3.6)) sowie einem mononuklearen Verlustterm von $A = 10^7 \text{s}^{-1}$. Die gestrichelte rote Linie zeigt ΔT_{loss} selbstkonsistent berechnet, d.h. ΔT_{loss} ist die einzige Wärmequelle, die schwarze Linie zeigt ΔT_{loss} , wenn die Laserbedingung erfüllt ist.

Wenden wir uns nun den Ladungsträgerverlusten und dem dadurch verursachten Temperaturanstieg ΔT_{loss} zu. In realistischen Systemen sind die P_A , P_B und P_C Terme keine reinen Funktionen der Ladungsträgerdichte mehr, wie noch in Gleichungen (3.27) und (3.28) angenommen, sondern zusätzlich temperaturabhängig. In Bild (3.29) ist die selbstkonsistente Temperaturerhöhung $\Delta T_{loss}(N)$ für die mikroskopischen Verlustraten aus Kapitel 3.1 und eine angenommene mononukleare Verlustrate von 10^7s^{-1} sowie einem thermischen Widerstand $R_{th} = 6.25 \text{ K/W}$ als gestrichelte rote Linie dargestellt. Selbstkonsistent bedeutet hierbei, dass $\Delta T_{loss}(N) = R_{th}(P_A(N) + P_B(\Delta T_{loss} + T_S, N) + P_C(\Delta T_{loss} + T_S, N))$ die einzige Quelle der Temperaturerhöhung ist, jedoch selbst wieder von dieser erhöhten Temperatur abhängt. Dies ist im Laserbetrieb anders. Nun muss die Dichte und Temperatur den Vorgaben der Laserbedingung entsprechen, die Systemtemperatur T also eine Funktion von N sein. Es ergibt sich somit für ΔT_{loss}

$$\Delta T_{loss}(N) = R_{th} [P_A(N) + P_B(T(N), N) + P_C(T(N), N)]. \quad (3.44)$$

In Bild (3.29) ist dies durch die durchgezogene schwarze Linie dargestellt. Deutlich sichtbar ist dieser Ladungsträgerverlust und der daraus resultierende Temperaturanstieg höher als

der selbstkonsistent berechnete. Dies liegt an dem starken Anstieg der Auger-Verluste mit steigender Temperatur, die die Reduzierung der PL-Verluste überkompensieren (vergleiche auch Bilder (3.5,3.6)).

Jetzt fügen wir beide bekannten Temperaturanteile zusammen: im stationären Laserbetrieb muss $T(N)$ unter allen Pumpbedingungen, die diesen stationären Laserbetrieb zulassen, der Nulllinie aus Bild (3.28) folgen. Andererseits gilt Gleichung (3.43), und neben $T(N)$ und der Wärmesenktemperatur T_S kennen wir auch $\Delta T_{loss}(N)$ (siehe Bild (3.29), schwarze Linie). Daraus können wir $\Delta T_{stim}(N) = T(N) - T_S - \Delta T_{loss}(N)$ und damit $P_{stim}(N) = \Delta T_{stim} \hbar \omega_{cav} / (R_{th}(\hbar \omega_{pump} - \hbar \omega_{cav}))$ bestimmen. Andererseits haben wir mit $\Delta T_{loss}(N)$ auch $P_{loss}(N)$ und durch die mikroskopischen Verlustrechnungen $P_{spont}(N)$, womit wir dann $P_{pump}(N)$ berechnen können.

In Bild (3.30) sind die Temperaturerhöhung des Systems $\Delta T(N) = T(N) - T_S$ (blaue Linie), der Anteil der Ladungsträgerverluste an dieser Temperaturerhöhung $\Delta T_{loss}(N)$ (schwarze Linie) und die Differenz aus beidem, die Temperaturerhöhung durch den Quantendefekt ΔT_{stim} (grüne Linie), also der Überschussenergie des Pumplasers gegenüber der Laseremission, gezeigt. Die Temperaturerhöhung ΔT_{stim} , oder dazu proportional die Laserleistung, hat ein deutlich erkennbares Maximum bei ca. $4.2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$, das durch die senkrechte gepunktete schwarze Linie angedeutet ist. Unterhalb dieses Maximums und in dem kleinen Bereich bis zur gestrichelten schwarzen Linie ist ein stabiler Laserbetrieb möglich, im Dichtebereich oberhalb der gestrichelten Linie nicht mehr.

Um dies zu verstehen nehmen wir einen physikalischen Zustand an, bei dem der Laser angeschaltet und alle dynamischen Größen stationär sein sollen. Dieser Zustand müsste sich also im $\Delta T(N)$ -Diagramm auf der blauen Kurve befinden (Laserbedingung).

Nehmen wir weiter eine kleine Temperaturschwankung δT an, so folgt aus den beteiligten Zeitskalen, dass sich gleichzeitig die Dichte anpasst, indem sie der vorgegebenen Kurve $\delta T(N)$ folgt. Für diese Dichteerhöhung gilt

$$\delta N = \left(\frac{\partial}{\partial N} \Delta T \right)^{-1} \cdot \delta T \quad (3.45)$$

mit der Steigung der $T(N)$ -Kurve an der betrachteten Ausgangskonfiguration. Andererseits ändert sich dadurch auch der Wärmeverlust durch den Quantendefekt der stimulierten Emission um

$$\delta T_{stim} = \frac{\partial}{\partial N} \Delta T_{stim} \cdot \delta N = \left(\frac{\partial}{\partial N} \Delta T - \frac{\partial}{\partial N} \Delta T_{loss} \right) \cdot \delta N. \quad (3.46)$$

Für die Leistungsbedingung (3.41) folgt dann bei konstantem P_{pump} und als konstant angenommenen P_{spont}

$$P_{pump} = P_{spont} + P_{stim} + \delta P_{stim}(\delta T) + P_{therm} + \delta P_{therm}(\delta T) + \delta P(\delta T) \quad (3.47)$$

mit

$$\begin{aligned} \delta P_{stim}(\delta T) &= \frac{1}{R_{th}} \frac{\hbar \omega_{laser}}{\hbar \omega_{pump} - \hbar \omega_{laser}} \cdot \delta T_{stim}(\delta T) \\ \delta P_{therm}(\delta T) &= \frac{1}{R_{th}} \cdot \delta T \end{aligned} \quad (3.48)$$

und δP als resultierender Leistung. Da für $\delta T = 0$ die Laserbedingung erfüllt sein soll und sich das System im stationären Zustand befindet, gilt

$$\begin{aligned}
 \delta P(\delta T) &= -(\delta P_{stim}(\delta T) - \delta P_{loss}(\delta T)) \\
 &= -\frac{1}{R_{th}} \left(\frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump} - \hbar\omega_{laser}} \cdot \delta T_{stim}(\delta T) + \delta T \right) \\
 &= -\frac{1}{R_{th}} \left(\frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump} - \hbar\omega_{laser}} \left(\frac{\partial}{\partial N} \Delta T - \frac{\partial}{\partial N} \Delta T_{loss} \right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial N} \Delta T \right)^{-1} + 1 \right) \delta T \\
 &\equiv -\frac{1}{R_{th}} \sigma \delta T.
 \end{aligned} \tag{3.49}$$

Ist $\delta P(\delta T) < 0$, ergibt sich eine höhere Verlust- als Pumpleistung und die Ladungsträgerdichte und im weiteren Verlauf auch die Temperatur sinken. Bei $\delta P(\delta T) > 0$ tritt das gegenteilige Verhalten ein und Dichte und Temperatur steigen. Ist also

$$\sigma \equiv \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump} - \hbar\omega_{laser}} \left(\frac{\partial}{\partial N} \Delta T - \frac{\partial}{\partial N} \Delta T_{loss} \right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial N} \Delta T \right)^{-1} + 1 \tag{3.50}$$

positiv, so resultiert aus einer anfänglichen Temperaturfluktuation δT eine entsprechend gegenteilige Reaktion bei der Ladungsträgerdichte und dadurch auch bei der Temperatur. Das System gleicht somit Schwankungen aus und ist stabil.

Bei $\sigma < 0$ werden Fluktuationen jedoch verstärkt, und das System bewegt sich vom Ausgangszustand weg. Bereits leichte Schwankungen können nicht mehr ausgeglichen werden und das System ist instabil.

In Gleichung (3.47) haben wir vereinfachend angenommen, dass der Beitrag der spontanen Emission P_{spont} unabhängig von δT und damit δN ist. Dies ist eine gute Näherung, da $\delta P_{spont}(\delta T)$ klein im Vergleich zu $\delta P_{stim}(\delta T)$ und $\delta P_{loss}(\delta T)$ ist. Berücksichtigt man auch $\delta P_{spont}(\delta T)$ ergeben sich Korrekturen bei der Grenzdichte zwischen stabilem und instabilem Laserbetrieb von etwa 1% zu höheren Dichten.

Die Dichte, bei der σ , unter Berücksichtigung der Korrektur durch $\delta P_{spont}(\delta T)$, das Vorzeichen wechselt, ist die in Bild (3.30) eingezeichnete gestrichelte schwarze Linie.

In Abbildung (3.31) sind die verschiedenen Terme aus Gleichung (3.41) als Umkehrung ihrer Dichteabhängigkeit gezeigt. Unterhalb der Laserschwelle sind nur zwei der Terme aus Gleichung (3.41) von Null verschieden. Dies sind die spontane Emission P_{spont} und die restlichen Beiträge der Ladungsträgerverluste. Da letztere auch die einzige Wärmequelle darstellen, folgt $N(P_{thermal})$ zunächst der selbstkonsistent berechneten, roten Kurve. Die Dichteabhängigkeit der Gesamtleistung aus Ladungsträgerverlusten und spontaner Emission ist violett gezeigt. Erreicht die Pumpleistung die Schwelle, so ist Laseremission möglich und die Temperatur - Dichte Relation folgt der Laserbedingung. Daher folgen die Ladungsträgerverluste als Bestandteil der gesamten thermischen Verluste nun der schwarzen Kurve, während die gesamten thermischen Verluste $P_{thermal}$ durch die blaue Kurve dargestellt werden. Addieren wir auf die thermischen Verluste noch den spontanen Anteil P_{spont} ,

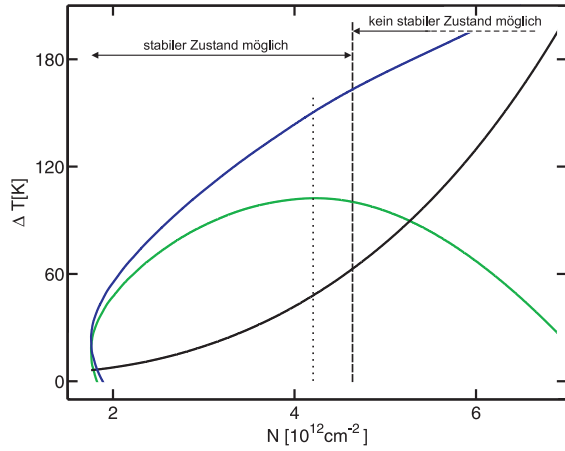


Abbildung 3.30.: Dichte-Temperaturrelationen für die Laserbedingung $\Delta T(N)$ (blaue Kurve), Ladungsträgerverluste $\Delta T_{\text{loss}}(N)$ (schwarz) und den Quantendefekt des stimuliert emittierten Lichtes ΔT_{stim} (grün). Die senkrechte gepunktete Linie markiert das Maximum von ΔT_{stim} , die gestrichelte Linie die Grenzdichte bei der der Laser instabil wird (siehe Text).

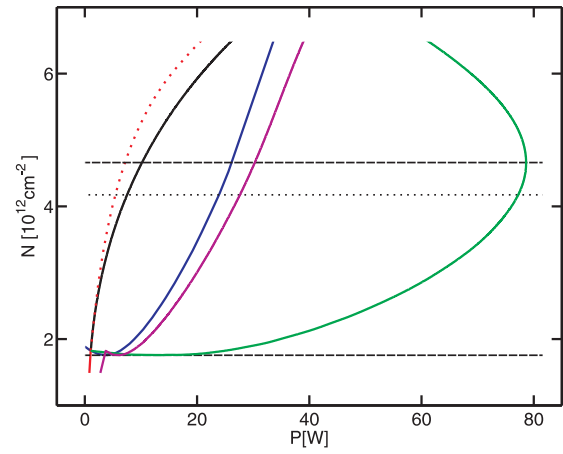


Abbildung 3.31.: Leistungs-Dichte-Relationen für selbstkonsistent (rot, durchgezogen unterhalb der Schwelle, gestrichelt oberhalb) bzw. die Laserbedingung erfüllend (schwarz) berechnete Ladungsträgerverluste, Laserbedingung (blau) und selbstkonsistent bzw. der Laserbedingung folgende Dichte in Relation zur Verlustleistung $N(P_{\text{thermal}} + P_{\text{spont}})$ (violett). Die grüne Kurve stellt die Dichte in Abhängigkeit der gesamten Verlustleistung (im stationären Zustand = P_{pump}) dar.

erhalten wir die violette Kurve. Vollständig wird die Gleichung dann durch Hinzunahme der stimuliert emittierten Leistung P_{stim} , welches durch die grüne Kurve dargestellt wird.

Die thermischen Verluste in Bild (3.31), oder genau genommen die Dichte als Umkehrfunktion $N(P_{\text{thermal}})$, folgen sowohl unter (rote Linie) als auch oberhalb der Schwelle (blaue Linie) einem monoton steigendem Verhalten. Addieren wir dazu noch den Anteil der spontanen Leistung P_{spont} (violett), so ändert sich an dem generellen Verhalten wenig⁹. Betrachten wir jedoch noch die stimulierte Laserleistung, also $N(P_{\text{thermal}} + P_{\text{spont}} + P_{\text{stim}})$ (grüne Kurve), ergibt sich eine ausgezeichnete Ladungsträgerdichte N_{max} (gestrichelte schwarze Linie), die zu einer maximalen Verlustleistung P_{max} gehört, für die die Laserbedingung noch erfüllt ist. Dies ist die bereits aus der Stabilitätsuntersuchung bekannte Grenzdichte, bei der σ das Vorzeichen wechselt.

Oberhalb dieser Pumpleistung kann die Laserbedingung nicht mehr erfüllt werden, was sich in der unphysikalischen Umkehr der $N(P_{\text{pump}})$ -Relation darstellt. Offensichtlich kann das Laserfeld unter der Bedingung Gewinn = Verlust nicht stark genug werden, um die

⁹Im Bereich der Schwellpumpleistung entsteht die bereits kommentierte Abweichung vom monotonen Verhalten durch das Hineinlaufen des Materialgewinns in das Maximum des optischen Überlapps.

hohe, durch das Pumpen erzeugte Ladungsträgerdichte abzubauen. Im Resultat steigt die Ladungsträgerdichte weiter an und verschlimmert so die Situation.

In Bild (3.31) ist auch noch die Ladungsträgerdichte mit der höchsten Ausgangsleistung analog zu Bild (3.30) als gepunktete Linie eingezeichnet. Deutlich sichtbar wird erneut, dass das thermische Überrollen nicht bei maximaler stimulierter Laserleistung, sondern leicht oberhalb davon liegt.

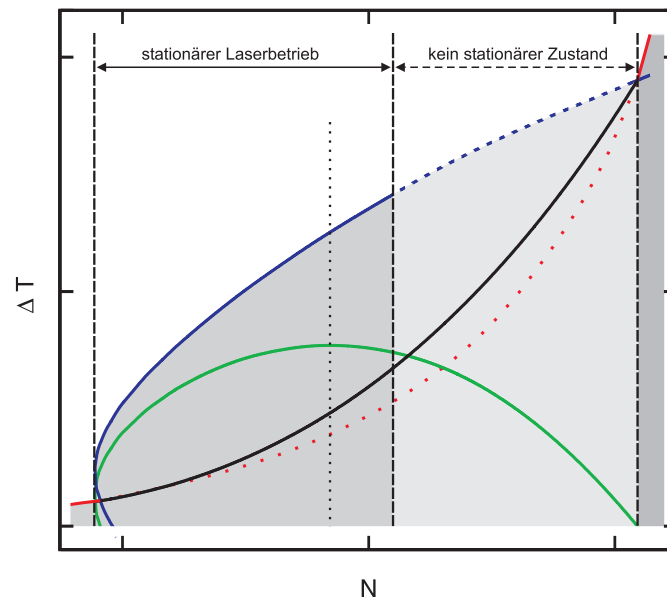


Abbildung 3.32.: Schematische Darstellung der Dichte-Temperatur Relation im VECSEL und verschiedener Systemzustände. Legende wie in Bild (3.30), mit der roten Kurve (gestrichelt und durchgezogen) als selbstkonsistenter Berechnung von $\Delta T_{loss}(N, T_{loss})$. Im Dichtebereich unterhalb der ersten senkrechten gestrichelten Linie ist die Dichte zu klein, um Laserbetrieb zu ermöglichen - die Pumpleistung liegt unterhalb der Schwelle. Die Dichte-Temperatur Relation des Systems folgt der selbstkonsistent berechneten Temperaturerhöhung $\Delta T_{loss}(N)$ (rot, durchgezogen). Sobald die Laserbedingung erfüllt werden kann (blaue Linie), folgt $\Delta T(N)$ der blauen Kurve. Der Anteil der Ladungsträgerverluste an $\Delta T(N)$ folgt nun nicht mehr der selbstkonsistent berechneten Form (rot, gestrichelt), sondern $\Delta T_{loss}(N, T(N))$ (schwarze Linie). Oberhalb der zweiten senkrechten gestrichelten Linie wird das System instabil und der Laser rollt über. Bis zur dritten senkrechten gestrichelten Linie kann es keine stationären sondern nur transiente Zustände geben (hellgrau hinterlegte Funktion). Ist $\Delta T_{loss}(N, T_{loss}) > \Delta T_{loss}(N)$ erfüllt, existieren wieder stationäre Zustände. Das System folgt wieder $\Delta T_{loss}(N, T_{loss})$ (rot, durchgezogen). Die Gesamtrelation, bei der stationäre Zustände existieren, ist dunkelgrau hinterlegt.

Abbildung (3.32) zeigt die erlaubte Dichte-Temperaturrelation im VECSEL noch einmal schematisch. Die dunkelgrau schattierte Relation zeigt die $\Delta T(N)$ -Abhängigkeit für stabile Konfigurationen. Unterhalb der Schwelle ist kein Laserbetrieb möglich und $\Delta T(N)$ folgt

der selbstkonsistenten Temperaturerhöhung $\Delta T_{loss}(N)$ (gleiche Legende wie im restlichen Kapitel, also rote Linie). Sobald die Dichte und Temperatur ausreichend sind, folgt $\Delta T(N)$ der Laserbedingung (blaue Linie). Oberhalb des Maximums von ΔT_{loss} (grün) sinkt die Laserausgangsleistung, der Laserbetrieb bleibt aber noch stabil. Im hellgrau schattierten Bereich ist überhaupt kein stationärer Endzustand des Systems mehr möglich. Tritt ein Systemzustand aus dem stationären Betrieb, z.B. durch Erhöhung der Pumpleistung, in den bei höheren Dichten liegenden Bereich ohne stabile Endzustände, so folgt das System der blau gestrichelten Linie. Die stimulierte Laserleistung ist nun zu klein, um das Überangebot der Pumpleistung abzubauen und das System heizt sich auf. Andererseits muss sich das System im Wesentlichen auf der gestrichelten Linie bewegen¹⁰, da sich die Temperatur auf viel größeren Zeitskalen ändert, als Laserfeld und Dichte. Erst wenn der hellgraue Bereich durchschritten ist und das selbstkonsistente $\Delta T_{loss}(N)$ (rote Linie) wieder oberhalb von $\Delta T(N)$ der Laserbedingung (blaue Linie) liegt, existieren wieder stabile Zustände. Der Laser ist nun aus, und das System wird nur durch die Ladungsträgerverluste aufgeheizt.

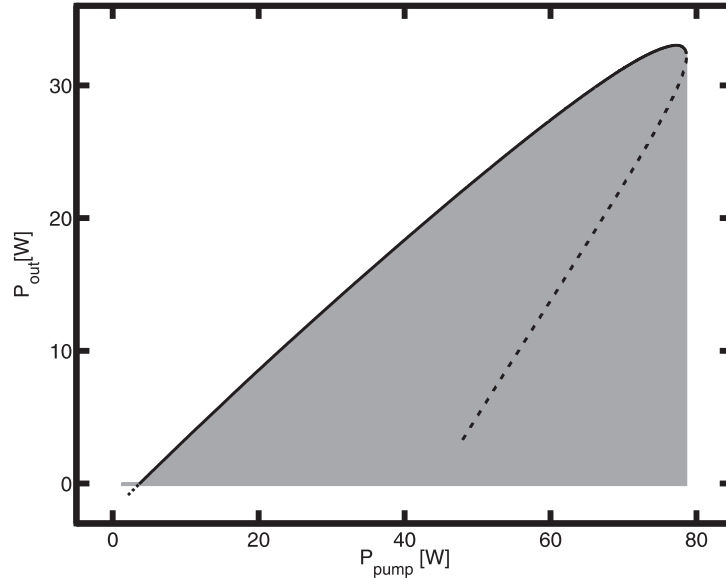


Abbildung 3.33.: Vergleich der Leistungscharakteristik des unbeschichteten VECSELs berechnet mithilfe der Leistungsbilanz (schwarze Linie) und dem Ratengleichungsmodell (graue Fläche). Die gestrichelt gezeichneten Abschnitte der Leistungscharakteristik aus der Leistungsbilanz entsprechen unphysikalischen Lösungen von Gleichung (3.41), da für diese Pumpleistungen die Laserbedingung Gewinn = Verlust nicht erfüllt werden kann. Die Parameter der Simulation entsprechen denen aus Bild (3.20,a) für den unbeschichteten VECSEL.

Tragen wir nun den Teil der stimulierten Laserleistung P_{stim} gegen die Pumpleistung P_{pump} auf, der den Laser durch den externen Spiegel verlässt, also $P_{laser} =$

¹⁰Die aktuelle Position ist pumpleistungsabhängig bei einer etwas höheren Ladungsträgerdichte als die zur gleichen Temperatur berechnete Laserbedingung

$P_{stim} \ln(R_2)/\ln(R_1 R_2 T_{loss})$, so erhalten wir die schwarze Kurve in Bild (3.33). Der Vergleich mit dem Ratengleichungsergebnis aus Abschnitt 3.3.4, hier grau hinterlegt, zeigt die perfekte Übereinstimmung beider Ergebnisse im Bereich der Gültigkeit der Laserbedingung, hier durch die durchgezogene Linienform dargestellt. Der gestrichelte Teil stellt keine physikalische Lösung dar, da hier die Laserbedingung nicht erfüllt werden kann.

Die nahezu exakte Übereinstimmung der Leistungsbilanzanalyse mit der vollen Ratengleichung (Abweichungen sind kleiner 0.5%) mag verwundern, haben wir doch die Ladungsträgerverluste in der Barriere komplett vernachlässigt. Bei typischen N_{Barr} von $2.4 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ nahe der maximalen Pumpleistung (aus Ratengleichungsrechnung) vor dem Überrollen und $\tau_{Barr} = 2 \text{ ns}$ [33] in einem Volumen von $V = A_{pump} \cdot l_{Barr} = 2.5 \cdot 10^{-13} \text{ m}^3$ ergibt sich jedoch eine Verlustleistung durch die Barrierenladungsträger von $N_{Barr}/\tau_{Barr} V \cdot \hbar\omega_{pump} = 75.4 \text{ mW}$. Daher ist diese Näherung gerechtfertigt.

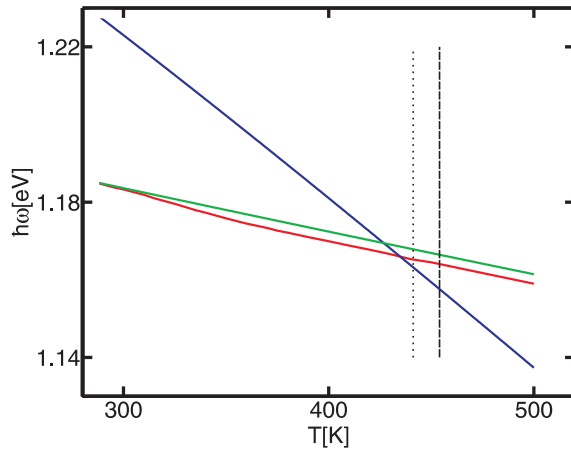


Abbildung 3.34.: Energetisch Lage der Bandkante (blaue Linie), des Maximums von Γ_q (grüne Linie) und der Laserenergie (rote Linie) in Abhängigkeit von der Systemtemperatur T . Zur senkrecht gepunkteten Linie emittiert der VECSEL mit maximaler Ausgangsleistung, für Temperaturen oberhalb der gestrichelten Linie rollt der Laser thermisch über.

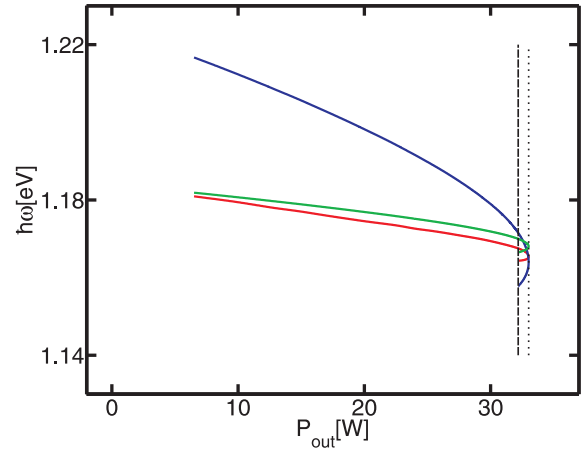


Abbildung 3.35.: Dieselben Daten wie in Abbildung (3.34), nur diesmal in Abhängigkeit der emittierten Laserleistung aufgetragen.

In Abbildung (3.34) sind die Energien der Quantenfilmbandkante (blau), des Maximums des optischen Confinements des Resonators (grün) und die der Laseremission (rot) in Abhängigkeit von der Systemtemperatur dargestellt. Weiterhin sind die Temperaturen, bei denen der Laser seine maximale Ausgangsleistung erreicht als gepunktete senkrechte Linie, und die Überrolltemperatur als gestrichelte Linie eingezeichnet. Dabei ist deutlich erkennbar, dass der VECSEL bereits wenige Grad Kelvin oberhalb des Kreuzungspunktes von Laserenergie und Bandkante seine maximale Ausgangsleistung erreicht und bereits kurz darauf überrollt. In Abbildung (3.35) sind dieselben Energien in Abhängigkeit der

emittierten Laserleistung aufgetragen. Hier wird besonders deutlich, dass das Kreuzen von Laserenergie und Quantenfilmbandkante bei Emissionsleistungen von nur wenigen zehntel Watt unterhalb der maximalen Ausgangsleistung stattfindet. In beiden Auftragungen kreuzt die Resonatormode (grün) die Bandkantenenergie etwas vor der Laserenergie.

Ausgehend von dieser Beobachtung stellt sich nun die Frage, ob man dies zur ungefähren Vorhersage der Überrolltemperatur aus gemessenen Temperaturabhängigkeiten von Resonatormode und Bandkante (bestimmbar über PL-Messungen) nutzen kann.

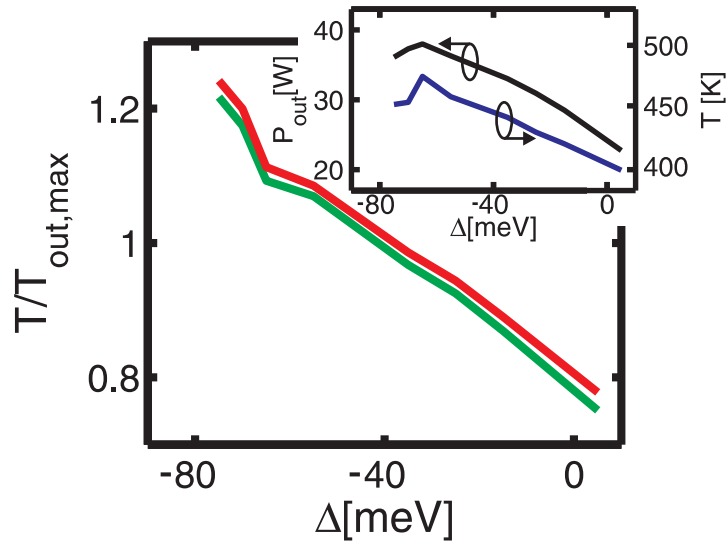


Abbildung 3.36.: Die grüne Linie beschreibt das Verhältnis der Temperatur, bei der sich die Bandkantenenergie mit der Resonatorlinie kreuzt, zur Temperatur bei maximaler emittierter Leistung in Abhängigkeit des Detunings Δ . Die rote Linie zeigt das analoge Verhältnis für die Laserenergie. Im Inset sind die maximale emittierte Laserleistung (schwarze Linie, linke Skala) und die Systemtemperatur bei dieser Emission (blaue Kurve, rechte Skala) aufgetragen. Die restlichen Parameter entsprechen denen aus Abbildung 3.33.

In Abbildung (3.36) ist das Verhältnis der Temperatur, bei der sich die Bandkantenenergie (blaue Linie in Abbildung (3.34)) mit der Resonatorlinie (grüne Linie in (3.34)) kreuzt, zur Temperatur bei maximaler emittierter Leistung in Abhängigkeit des Detunings Δ aufgetragen (grüne Linie). Die rote Linie zeigt das entsprechende Verhältnis für die Laserenergie.

Zunächst einmal sind die Temperaturverhältnisse alle im Bereich um Eins und zeigen eine Tendenz zu niedrigeren Verhältnissen für sinkendes negatives Detuning. Dies liegt hauptsächlich daran, dass die Kreuzungstemperaturen reduziert werden, wird aber großteils durch geringere Überrolltemperaturen und damit geringere $T_{out,max}$ abgeschwächt (vergl. auch blaue Kurve im Inset).

Prinzipiell eignen sich also beide Kreuzungspunkte um die Temperatur, bei der die maximale Laseremission vorliegt, grob zu bestimmen. Kennt man diese Temperatur und den thermischen Widerstand, so kann man mit dem Quantendefekt abschätzen, welche Lase-

remission maximal erreichbar sein wird¹¹:

$$P_{out,max} < \frac{T_{out,max} - T_S}{R_{th}} \frac{\hbar\omega_{laser}}{\hbar\omega_{pump} - \hbar\omega_{laser}} \quad (3.51)$$

Maximale Ausgangsleistung wird bei Detunings um -65 meV beobachtet (schwarze Kurve im Inset). Hierfür ergeben sich leicht positive Verhältnisse der Kreuzungs- und Maximaltemperaturen. Das bedeutet, dass für diese Parameterkonstellationen die Resonatorenenergie und auch die Laseremissionsenergie bei maximaler Ausgangsleistung leicht unterhalb der fundamentalen Bandkante liegen. Reduziert man das negative Detuning, sinken sowohl die Laserausgangsleistung als auch die Temperatur bei $P_{out,max}$ und die betrachteten Temperaturverhältnisse.

Vergrößert man hingegen das negative Detuning, so steigen die Temperaturverhältnisse weiter an. Diesmal begünstigen beide Temperaturentwicklungen, die der Kreuzungspunkte und die der maximalen Laseremission, diesen Trend: Die Temperaturen der Kreuzungspunkte steigen, und $T_{out,max}$ sinkt (vergleiche blaue Kurve im Inset) aufgrund des früheren thermischen Überrollens. Sichtbar ist diese Trendumkehr von teilweise kompensierenden Temperaturentwicklungen für kein oder nur geringes negatives Detuning zur beiderseitigen Verstärkung an der kleinen „Delle“ der Temperaturverhältnisse in Abhängigkeit des Detunings.

Betrachtet man die absoluten Werte, die die Simulationen für $T_{out,max}$ voraussagen, und berücksichtigt, dass der Betriebstemperatur eines Lasers materialspezifische Grenzen gesetzt sind, so kann man als Daumenregel aus dieser Betrachtung ziehen, dass das Raumtemperaturdetuning zwischen Resonatorlinie und Quantenfilmbandkante so gewählt werden sollte, dass sich E_{gap} und $\hbar\omega_{resonator}$ etwas unterhalb von 400 K kreuzen. Dies hat sich auch unter variierten thermischen Widerständen R_{th} als vernünftige Annahme herausgestellt.

Unter diesen Bedingungen sollte dann eine maximale Ausgangsleistung aus dem VECSEL erzielbar sein.

¹¹Je größer die Schwellpumpleistung im Verhältniss der erzielbaren, maximalen Laserausgangsleistung ist, desto schlechter wird diese Abschätzung.

4. Anregungskontrollierte Kurzzeitdynamik in einem VCSEL-System

Senkrecht aus einem Resonator emittierende Oberflächenlaser (so genannte Vertical Cavity Surface Emitting Laser, VCSEL) haben in den letzten Jahren große Marktanteile als Laserquelle bei der optischen Datenübertragung erobert [68, 69]. Hierbei bilden zum einen die Schmalbandigkeit und damit hohe Signalqualität der Laseremission als auch die geringen Herstellungskosten entscheidende Vorteile gegenüber alternativen Laserbauformen.

Neben den wirtschaftlichen und technischen Aspekten bieten VCSEL jedoch auch ein ideales Modellsystem zum Studium fundamentaler physikalischer Effekte in Halbleiterlasern. Die optischen Eigenschaften dieser Systeme werden sowohl von den Materialeigenschaften des verstärkenden Mediums, dessen optische Eigenschaften vom elektronischen Anregungszustand i.A. nichtlinear abhängen, als auch von den optischen Eigenschaften des Resonators bestimmt. Die Kombination von beidem ergibt nun ein komplexes Ganzes. Aktuelle Fragestellungen in diesem Zusammenhang betreffen z.B. das Antwortverhalten von VCSELn nach ultrakurzer, optischer Anregung. Dabei steht zum einen die Antwortzeit des Lasers nach der Anregung und deren Minimierung im Fokus. Zum anderen versucht man die zeitliche Breite des emittierten Laserpulses so klein wie möglich zu machen. Beides kann auch zur Erhöhung der Übertragungsrate bei optischer Datenkommunikation dienen [70, 71].

Ansätze zu der oben angesprochenen Optimierung kann man im Resonatordesign oder in der Auswahl des aktiven Materials machen. In dem hier vorgestellten System werden hingegen die Eigenschaften des Pumplasers als Freiheitsgrad zur Optimierung herangezogen. Dabei variiert man neben den klassischen Parametern der zentralen Pumpenergie, Pumpleistung und Pulsbreite auch noch die Phasenbeziehung (engl. *chirp* = Zwitschern) zwischen den einzelnen Frequenzen des Pumplichtes. Diese so genannte kohärente Kontrolltechnik ist ein weit verbreitetes Werkzeug zur Manipulation und auch zur Detektion komplexer Wechselwirkungen [72, 73, 74], z.B. zur Untersuchung von Chirp-selektiven Anregungen von elektronischen und Vibrationszuständen in Edelgasen und Farbstofflaser-molekülen [75, 76].

Im Allgemeinen werden zwei verschiedene Strategien zur kohärenten Kontrolle angewandt. Zunächst einmal gibt es die rückkopplungsbasierte, geschlossene Technik. Dabei wird das Resultat des Experiments als Rückkopplung zur Erzeugung neuer Anregungsbedingungen verwendet. Unter Verwendung eines selbstlernenden Algorithmus, einer Art Variation nach intelligentem Zufallsprinzip, kann dann auf ein gewünschtes experimentel-

les Resultat, z.B. minimierte Anschaltzeit eines VCSELs nach der optischen Anregung, optimiert werden [77]. Obwohl dieses Konzept im Allgemeinen erfolgreiche Ergebnisse liefert, ist ein physikalisches Verständnis der zugrundeliegenden Mechanismen aufgrund der komplexen resultierenden Pulsformen sehr schwierig.

Alternativ wird eine rückkopplungsfreie kohärente Kontrolltechnik verwendet. Dazu wird die Form des Anregungspulses systematisch verändert, was ein leichteres Verständnis der physikalischen Effekte ermöglicht [76]. Dieser Ansatz wurde bereits experimentell [78, 79, 80] und theoretisch in Halbleitersystemen angewandt.

In einem aktuellen Experiment wurde der rückkopplungsfreie Ansatz zur Untersuchung von Optimierungsmöglichkeiten eines VCSEL-Systems angewandt. Konkret wurde der so genannte quadratische Chirp der gepulsten Anregung systematisch verändert und die VCSEL-Emission zeitaufgelöst gemessen [81].

Im Folgenden untersuchen wir diese experimentellen Resultate mit Hilfe der in Kapitel 2 vorgestellten Theorie der gekoppelten Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen. Anders als in Kapitel 3.2 wird sowohl das Pump- als auch das selbstkonsistent berechnete Laserfeld und seine Ausbreitung im optischen Resonator durch den Multimodenansatz (2.40) beschrieben. Diese Betrachtung erlaubt es uns, durch den Resonator verursachte Propagationseffekte von E_{pump} und E_{laser} (siehe Gleichung 2.43) genauso wie die Abstrahlung aus dem Resonator korrekt zu beschreiben.

4.1. Modell - System

Der experimentell untersuchte VCSEL mit einer Designwellenlänge von $\lambda = 887\text{ nm}$ bei einer Temperatur von 10 K wurde bereits in den Referenzen [82] und [83] detailliert beschrieben. Tabelle (4.1) fasst die Schichtabfolge der Probe noch einmal zusammen: auf das GaAs Substrat wurde ein hoch reflektierender dielektrischer Spiegel aus 15 alternierenden GaAs/AlAs Doppelschichten mit einer jeweiligen optischen Dicke von $\lambda/4$ epitaktisch aufgewachsen. Die optische Verstärkung wird durch insgesamt zwölf 8.2 nm dicke GaInAs-Quantenfilme, die in vier Gruppen zu je drei benachbarten Quantenfilmen in dem 2λ langen Resonator angeordnet sind, gewährleistet. Barrieren aus 9.9 nm dicken GaAs Schichten zwischen den Quantenfilmen sorgen für den elektronischen Einschluss (*confinement*) der Ladungsträger in den aktiven Schichten. Die 4 Quantenfilmgruppen sind durch Ga(PAs) Abstandshalter soweit separiert, dass sich jede Gruppe im Bereich eines Maximums der stehenden Resonatormoden der Designwellenlänge befindet. Weiterhin kompensieren diese Ga(PAs) Schichten die durch die unterschiedlichen Gitterkonstanten von GaAs und (In-Ga)As aufgebaute kompressive Verspannung der Quantenfilme und erlauben damit das weitere defekt- und versetzungsfreie Aufwachsen der nachfolgenden Schichten.

Da der Abstand der durch die GaAs Barrieren getrennten Quantenfilme innerhalb einer Gruppe klein gegenüber der Resonatorwellenlänge ist, erreichen somit alle 12 Quantenfilme einen (nahezu) maximalen Überlapp zwischen confinement-Wellenfunktion und optischer Mode und damit maximale Licht-Materie Kopplung. Der obere Spiegel, der gleichzeitig dem Auskoppeln des Laserlichtes dient, wird durch einen zweiten dielektrischen Spiegel

mit 12.5 Doppelschichtabfolgen gebildet.

12.5*	GaAs AlAs	$\lambda/4$		
4*	GaP _{0.07} As _{0.93}	Spacer	2λ	
	3*	GaAs-Barriere		9.9nm
		Ga _{0.9} In _{0.1} As-Quantenfilm		8.2nm
		GaAs-Barriere		9.9nm
	GaP _{0.07} As _{0.93}	Spacer		
15*	GaAs AlAs	$\lambda/4$		
GaAs Substrate				

Tabelle 4.1.: Zusammensetzung der untersuchten VCSEL Struktur [82]. Designwellenlänge ist $\lambda = 887 \text{ nm}$ (1.397 eV).

4.2. Experiment

Im Experiment wurde das oben beschriebene VCSEL-System mit einem von einem Ti:Saphir-Laser erzeugten 110 fs Pumpimpuls bei einer zentralen Wellenlänge von 825 nm (1.503 eV) angeregt. Die mit einer Wiederholfrequenz von 80 MHz erzeugten, fourierlimitierten Pulse wurden dann durch einen Pulsformer [77] geführt, der die Phasenbeziehung zwischen den einzelnen Pulsfrequenzen einstellt und gleichzeitig eine spektral unabhängige Dämpfung der Lichtintensität bewirkt, durch die die Leistung P_{pump} des einfallenden Pumplichts eingestellt werden kann. Das Pumplicht wurde unter einem Winkel von ca. 10° auf den VCSEL fokussiert, wobei eine annähernd kreisförmige Fläche mit einem Durchmesser von $50 \mu\text{m}$ voller Halbwertsbreite beleuchtet wurde. Sowohl die VCSEL Emission als auch Teile des reflektierten Pumplichtes wurden mit Hilfe einer Streackamera spektral und zeitlich aufgelöst. Die Genauigkeit lag dabei spektral bei 2 nm und zeitlich bei 2 ps.

Es wurden folgende experimentelle Beobachtungen gemacht¹:

- Bei Pumpleistung von 40 mW (siehe Bild (4.1)), welches eine Pumpleistung nur minimal oberhalb der Laserschwelle ist, beobachtet man, dass bei positivem Chirp Φ die Amplitude der Laserausgangintensität leicht größer als bei ungechirptem Pumpimpuls ist. Positiv- und ungechirpte Pulse kommen mit etwa der gleichen Verzögerung

¹Soweit nicht anders vermerkt, wurden alle Experimente von Sangam Chatterjee durchgeführt.

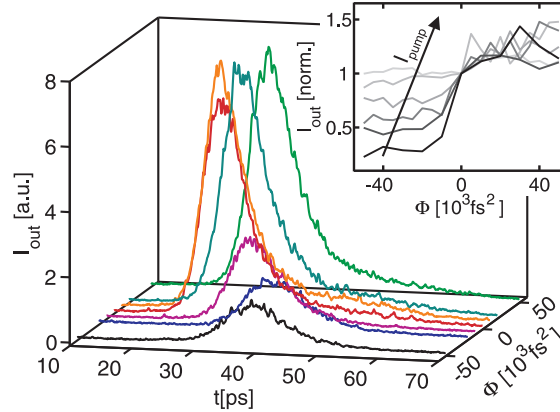


Abbildung 4.1.: Experimentelle, zeitaufgelöste VCSEL-Emission für verschieden gechirpte Anregungen. Der 110fs-Anregungspuls erfolgt am Zeitnullpunkt mit einer Pumpleistung von 40mW. Inset: integrierte und normierte Emission in Abhängigkeit vom quadratischen Chirp für Pumpleistungen von 40, 50, 66, 80, 101 und 200 mW. Aus [81]

am Detektor an. Bei negativem Chirp steigt die Verzögerung zwischen Pumpimpuls und Ausgangsmaximum deutlich mit dem Betrag des negativen Chirp an. Zudem reduziert sich die Amplitude des Laseroutputs mit dem Chirp und der emittierte Laserpuls wird zeitlich breiter. Auch die zeitlich integrierte Intensität nimmt ab, wie im Inset in Bild (4.1, schwarze Linie) gezeigt.

- Bei steigender Pumpintensität gehen die beobachteten relativen Emissionsintensitätsunterschiede mit dem Chirp zurück (Inset in Bild (4.1), normiert auf $I_{out, \Phi=0}$).
- Weiterhin nimmt die Zeitverzögerung des Ausgangssignals mit steigender Pumpleistung kontinuierlich ab (Abbildung (4.2)) und wird chirpunabhängig.
- In einem separaten Experiment wurde der Hochpumpfall mit $P_{pump} \gg 1 \text{ W}$ untersucht. Dabei zeigt sich eine deutliche Reduktion der integrierten Emission für ungechirpte Anregungen im Vergleich zu gechirpten Anregungen (siehe Abbildung (4.3)).

Wie bereits in der Einleitung dieses Kapitel beschrieben, erlaubt also die kohärente Kontrolle der optischen Anregung des VCSELs einen starken Einfluss auf die Dynamik des Systems auszuüben. Die nun folgende theoretische Untersuchung der obigen experimentellen Beobachtungen gibt eine Einsicht in die komplexen elektronischen und optischen Vorgänge, die während des Experiments eine Rolle spielen und zeigt Möglichkeiten und Grenzen der Manipulation solcher Systeme durch kohärent kontrollierte optische Anregungen auf.

Dazu betrachten wir zunächst die Eigenschaften des verwendeten Pumplichtes und den Einfluss des quadratischen Chirps als kontrollierten Freiheitsgrad im Experiment. Danach wird der Aufbau des dielektrischen Resonators untersucht, und dessen Einfluss auf das Pumplicht analysiert. Das zentrale Element bei kohärenter Kontrolle ist die Anregung des

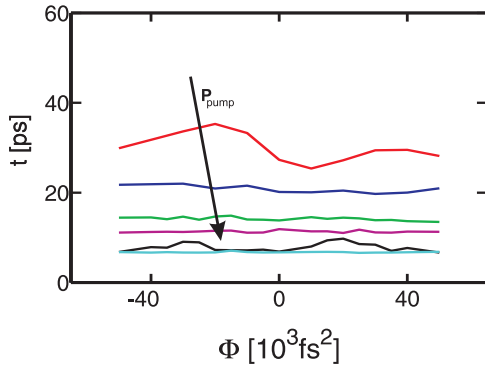


Abbildung 4.2.: Anschaltzeit des Lasers nach Pumpanregung im Experiment. Pumpleistungen wie im Inset der Abbildung (4.1).

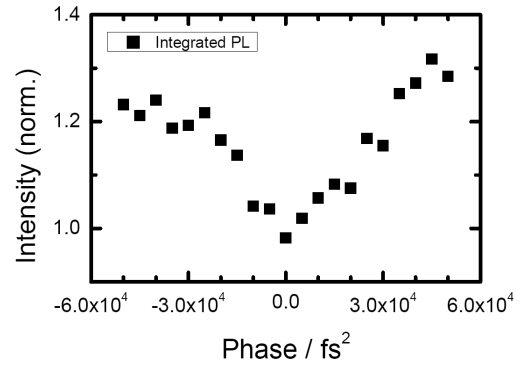


Abbildung 4.3.: Chirpabhängige integrierte Laseremission unter hoher Pumpanregung ($P_{pump} \gg 1$ W). Die Emission wurde auf die der ungechirpten Anregung normiert.

aktiven Materials, das wir im darauf folgenden Abschnitt intensiv betrachten. Dabei spielen die dynamischen Nichtgleichgewichtseigenschaften des Elektronensystems und dessen Ladungsträgertemperatur eine entscheidende Rolle. Die Gesamtbetrachtung zum Schluss dieses Kapitels erklärt dann die experimentell beobachteten Phänomene und stellt deren physikalischen Ursprung noch einmal klar heraus.

4.3. Mathematische Definition des quadratischen Chirp

Die Grundidee in einem experimentellen Chirp-Pumpaufbau ist, die Fourierkomponenten (also die den Puls erzeugenden Frequenzen) des Pumpimpulses nicht phasengleich wie beim ungechirpten Puls, dem so genannten fourierlimitierten Puls, sondern mit einer Phasenverschiebung auf die Probe treffen zu lassen. In dem von hier verwendeten quadratischen Chirp wird eine quadratische Phasenverschiebung der einzelnen Frequenzkomponenten eines Gaußpulses eingeführt. Das elektrische Feld eines solchen Pulses mit Amplitude E_0 , Zentralfrequenz ω_0 und spektraler Breite $\Delta\tau_0$ kann im Frequenzraum als

$$E(\omega) = E_0 \exp \left\{ -\frac{(\omega - \omega_0)^2 \Delta\tau_0^2}{8 \ln 2} \right\} \exp \{ i\Phi(\omega - \omega_0)^2 \} \quad (4.1)$$

beschrieben werden. Dabei ist Φ der Proportionalitätsfaktor für die quadratisch vom Abstand der betrachteten Frequenz ω zur Zentralfrequenz ω_0 abhängige Phasenverschiebung. In den untersuchten Experimenten ist Φ in der Größenordnung von 10^3 fs^2 .

Da die zweite Exponentialfunktion in (4.1) nur eine Phasenabhängigkeit beschreibt, erkennen wir bereits an der verwendeten Definition des quadratischen Chirps eine wichtige Eigenschaft dieser Pulse. Die spektrale Verteilung solcherart gechirpter Pulse ist chirpunab-

hängig. Das heißt, dass damit erzeugte Ladungsträger für alle Φ gleiche Energieverteilungen aufweisen.

Führt man eine Fourier-Transformation in den Zeitraum durch, so ergibt sich

$$E(t) = \tilde{E}_0 \exp \left\{ -\frac{2 \ln 2}{\Delta \tau^2} t^2 \right\} \exp \left\{ -\frac{i}{2} \phi t^2 \right\} \exp \{ -i \omega_0 t \} \quad (4.2)$$

mit der modifizierten Feldamplitude $\tilde{E}_0 = E_0 \left(2 \left[\frac{\Delta \tau_0^2}{8 \ln 2} - i \Phi \right] \right)^{-\frac{1}{2}}$. Diese stellt den gleichen Energieinhalt für Gaußpulse unterschiedlichen Chirps sicher. Die gaußsche Breite $\Delta \tau$ ist abhängig von der spektralen Breite und zusätzlich eine Funktion der Chirpamplitude Φ :

$$\Delta \tau = \sqrt{\Delta \tau_0^2 + \Phi^2 \left(\frac{8 \ln 2}{\Delta \tau_0} \right)^2} \quad (4.3)$$

Weiterhin gilt für den quadratischen Chirp ϕ im Zeitraum

$$\phi^{-1} = \Phi \left[2 + 2 \left(\frac{\Delta \tau_0^2}{8 \ln 2 \Phi} \right)^2 \right]. \quad (4.4)$$

Die zeitliche Entwicklung von unterschiedlich gechirpten Gaußpulsen ist in Bild (4.7) dargestellt. Man erkennt deutlich die größer werdende Verbreiterung der Pulse mit steigendem Chirp aus Gleichung (4.3) und minimaler zeitlicher Breite bei $\Phi = 0$, dem fourierlimitierten Fall.

Analog dazu kann man den quadratischen Chirp auch als zeitliches Verschieben der Zentralfrequenz während der Pulsdauer interpretieren. Dies sieht man am besten im Zeitverhalten des Pulses (Gleichung (4.2)). Führt man in $\exp(-i/2 \phi t^2)$ eine zeitabhängige Frequenz $\omega_\phi(t) \equiv 1/2 \phi t$ ein, so erhält man für das elektrische Feld $E(t)$

$$E(t) = \tilde{E}_0 \exp \left\{ -\frac{t^2 2 \ln 2}{\Delta \tau^2} \right\} \exp \{ -i(\omega_0 + \omega_\phi(t))t \}. \quad (4.5)$$

Ein (quadratisch) gechirpter Gaußpuls stellt also einen Puls mit zeitabhängiger Zentralfrequenz dar.

4.4. Resonatoreigenschaften

Der in Tabelle (4.1) dargestellte Aufbau des VCSELs bestimmt durch die verschiedenen Hintergrundbrechungsindizes der einzelnen Schichtmaterialien wesentlich die optischen Eigenschaften des Gesamtsystems. Vernachlässigt man zunächst einmal die nichtlinearen optischen Eigenschaften der Quantenfilme und beschreibt die entsprechenden Schichten allein durch ihre Hintergrundbrechungsindizes, erhält man das in Bild (4.4) mit Hilfe der Transfermatrixmethode [29] berechnete Reflexionsspektrum.

Neben dem etwa 170 meV breiten Stopband von nahezu hundertprozentiger Reflexion sind hier deutlich die Resonatormode bei 1.39 eV und Reflexionsoszillationen oberhalb des Stopbandes erkennbar. Vergleicht man dieses Spektrum mit dem experimentell gewonnen (Bild (4.5), aus [82]), erkennt man eine recht gute Übereinstimmung von Stopbandposition und -Breite sowie der generellen Eigenschaften der Reflexionsoszillationen oberhalb des Stopbandes. Wie wir sehen werden, hat das Reflexionsspektrum einigen Einfluss auf den Pumpimpuls, der energetisch im Bereich des ersten starken Minimums oberhalb des Stopbandes eingestrahlt wird. Um die dortigen Oszillationen im Reflexionsspektrum besser darstellen zu können, erlauben wir kleine Variationen der Brechungsindizes zu den Literaturwerten und kleine Abweichungen der Schichtdicken. Damit erreichen wir das in Bild (4.6) gezeigte Reflexionsspektrum.

Im Experiment werden weiterhin anstatt des einen Reflexionsminimums innerhalb des Stopbandes aus Bild (4.6) zwei unterschiedlich starke Minima beobachtet. Dies ist die Konsequenz aus einer in diesen Resonatoren beobachteten starken Kopplung zwischen der Resonatormode und den exzitonen Eigenzuständen der Quantenfilme [21]. Das gekoppelte Gesamtsystem aus Resonatormode und 1s-Exzitonzustand verhält sich dann analog zur Kopplung zweier mechanischer Pendel sehr ähnlicher Eigenfrequenzen, und bildet für das Gesamtsystem zwei neue Resonanzen aus. Variiert man nun eine der beiden Eigenfrequenzen um die zweite, festgehaltene, so beobachtet man eine Abstoßung der Eigenfrequenzen, die abhängig von der Kopplungsstärke der Systeme ist (Anti-Crossing). Das theoretische Spektrum beinhaltet diesen Effekt nicht, da nur der „leere“ Resonator, also ohne Quantenfilmsuszeptibilität, berücksichtigt wurde.

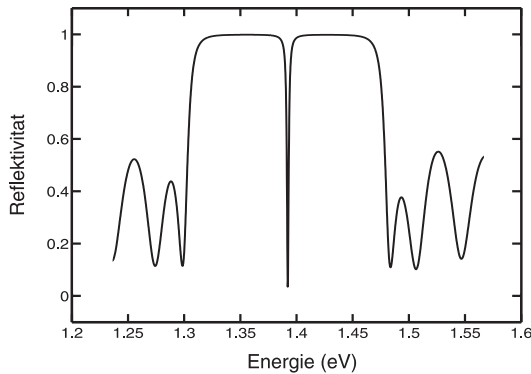


Abbildung 4.4.: Nach den nominellen Parametern berechnetes Tieftemperatur Reflexionsspektrum.

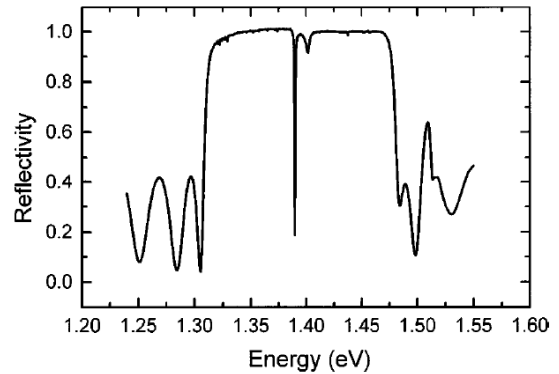


Abbildung 4.5.: Gemessenes Reflexionsspektrum, aus [82]

Im Bereich der energetisch oberhalb des Stoppbandes angesiedelten Nebenminima und Maxima ist die Gruppengeschwindigkeit des propagierenden Lichtes innerhalb des Resonators stark unterschiedlich [84, 85]. In Kombination mit der Interpretation des Chirps als zeitliche Veränderung der Zentralfrequenz eines Pulses ergibt sich in einer dielektrischen Struktur ein unterschiedliches zeitliches Verhalten und Form des Pulses für verschiedene

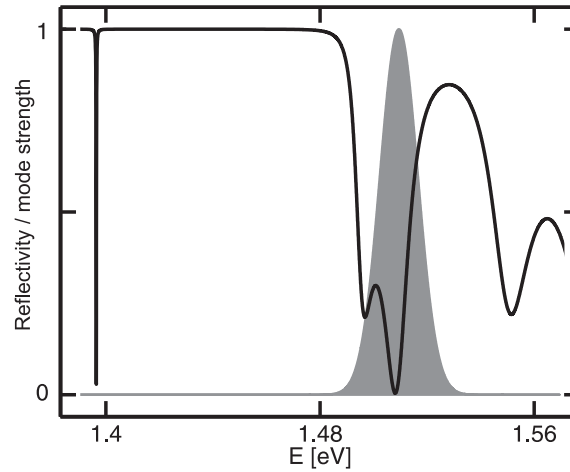


Abbildung 4.6.: Simuliertes Reflexionsspektrum (durchgezogene Linie) und chirpunabhängiges Energiespektrum des anregenden Pulses (graue Fläche) für modifizierte Strukturparameter.

Vorzeichen, aber ansonsten gleichem Chirp. Im Vakuum ist das Verhalten dagegen vorzeichenunabhängig (siehe Abbildung (4.7)).

Man kann dies so verstehen, dass für einen bestimmten Chirp zuerst Frequenzen eingestrahlt werden, zu denen hohe Transmittivitäten und damit langsame Gruppengeschwindigkeiten gehören. Im Verlauf des Pulses wird nun die Zentralfrequenz verschoben, wobei sich die Gruppengeschwindigkeit des Lichtes erhöhen kann. Ein solcher Puls wird im Zeitraum kürzer erscheinen, da die „schnellen Frequenzen“ die langsamen einholen. Der selbe Puls mit umgedrehtem Vorzeichen wird nun zeitlich länger, da zuerst die schnellen Moden eingestrahlt werden. Bezogen auf das Experiment muss man jedoch immer von beiden Effekten (Verschmälerung und Verbreiterung) in unterschiedlichen Gewichten sprechen, da die energetische Breite des Pulses immer einen ganzen Bereich mit deutlich unterschiedlichem Reflexionsverhalten darstellt. Diese chirpabhängige Verbreiterung und zeitliche Verzögerung durch die frequenzabhängige Gruppengeschwindigkeit des Lichtes im VCSEL-Resonator ist in Bild (4.8) dargestellt.

Der in diesem Fall vom Puls abgedeckte Spektralbereich ist in Bild (4.6) grau hinterlegt. Damit lassen sich die in Bild (4.8) dargestellten Pulse einfach erklären. Für positiven Chirp werden zuerst die niedrigen Frequenzen des Pulses den Resonator passieren. Diese liegen im Bereich relativ kleiner Reflektivität und haben eine recht niedrige Gruppengeschwindigkeit. Die zentralen Frequenzen sind in einem Bereich hoher Transmittivität und sehr langsam. Der hochfrequente Anteil propagiert schlussendlich wieder schneller. Effektiv sind die zuerst eingestrahlten Frequenzen etwas langsamer als die zuletzt eingestrahlten, das Pumpmaximum verschiebt sich zu späteren (positiven) Zeiten, die abfallende Pulsflanke wird steiler. Den umgekehrten Fall beobachten wir bei negativen Chirp. Die Frequenzanteile geringerer Energie und kleiner Gruppengeschwindigkeit werden erst spät ausgesandt. Sie werden von den „schnellen“, zuerst eingestrahlten Frequenzen „abgehängt“, wodurch sich

das Maximum des Pulses zu früheren (negativen) Zeiten verschiebt, und sich eine deutlich flachere abfallende Pulsflanke ergibt.

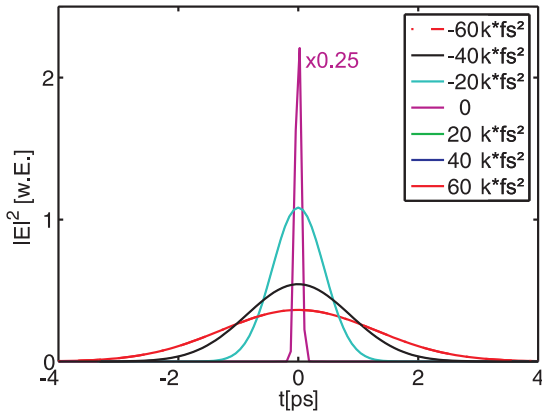


Abbildung 4.7.: Zeitentwicklung von gechirpten Pulsen im Vakuum und Zentralenergie $\hbar\omega_{pump} = 1.505$ eV. Die Höhe des ungechirpten Pulses ist zur besseren Lesbarkeit mit einem Faktor 0.25 skaliert.

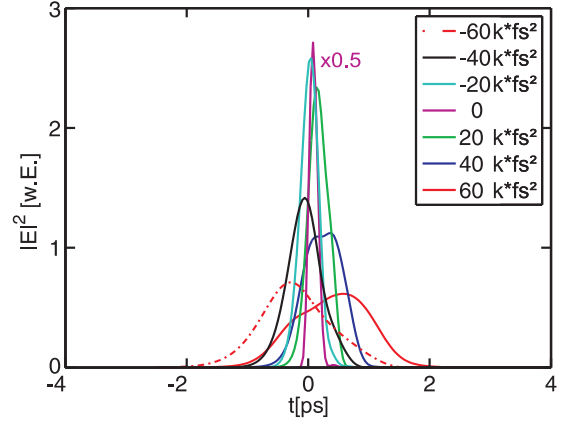


Abbildung 4.8.: Zeitentwicklung analog zu Bild (4.7). Gechirpter Puls unter Berücksichtigung des Resonators und berechnet für die erste Quantenfilmposition. Die Höhe des ungechirpten Pulses ist zur besseren Lesbarkeit mit einem Faktor 0.5 skaliert.

Die für Bild (4.8) verwendeten Parameter entsprechen den Anregungsbedingungen des Experiments. Daher lässt sich die Frage, ob die beobachteten starken Abhängigkeiten des Laserausgangssignals auf den quadratischen Chirp auf Resonatoreffekte zurückzuführen sind, bereits beantworten. Mit den in Bild (4.8) beobachteten, chirpabhängigen Verzögerungen des Pulsmaximums, und damit auch des Anregungszeitpunktes lassen sich die beobachteten Unterschiede im Anschwingverhalten des Lasers (vgl. Bild (4.1)) nur teilweise erklären. Zwar folgen Pulsmaximum und Anschwingzeit für positiven Chirp der gleichen Tendenz, und auch die Größenordnung der Verzögerung stimmt einigermaßen. Die Anschwingzeit für negativ gechirpten Pumpimpuls hingegen ist im Experiment genau entgegengesetzt zum zeitlichen Eintreffen der entsprechenden Pumpimpulsmaxima. Darüber hinaus ist die resonatorbedingte Chirpverzögerung des Pumpimpulses unabhängig von der Pumpleistung. Das Experiment zeigt jedoch eine starke Abhängigkeit. Weiterhin gibt es ad hoc keinen Grund, warum die Form des Pumpimpulses für verschiedene integrierte Laseremission sorgen sollte, da ja nur die Reihenfolge, aber nicht die Frequenzkomponenten an sich mit dem Chirp verändert werden. Damit transportiert jeder Puls, wie bereits besprochen, chirpunabhängig gleich viel Energie.

4.5. Elektronische und optische Eigenschaften des aktiven Materials

Die optischen Eigenschaften der (InGa)As Quantenfilme des VCSELs werden maßgeblich durch die elektronischen Eigenschaften dieses Halbleitermaterials sowie durch deren Umgebung, namentlich die GaAs Barrieren, die den elektronischen Einschluss (Confinement) vermitteln, bestimmt.

4.5.1. Quantenfilmmaterial

Aufbauend auf einer $k \cdot p$ -Theorie [12] wurden die Einteilchenbandstruktur und die optische Dipolübergangswahrscheinlichkeiten berechnet. Letztere hängen stark von den Symmetrien der beteiligten Confinementwellenfunktionen in Wachstumsrichtung ab [86]. Wichtig ist dabei, dass Bandstruktur und Dipolmatrixelemente einzig aufbauend auf den geometrischen und den Luttinger-Materialparametern und ohne Verwendung von Fitparametern berechnet werden. Im Bild (4.9) sind die optisch relevanten Bänder in der Nähe der Bandkante sowie ausgewählte Dipolübergangswahrscheinlichkeiten der (InGa)As Quantenfilme dargestellt. Die beiden oberen Teilbilder zeigen jeweils einzeln die Elektronen- (Unterbild (a), blau) und Löcherteilsysteme ((b), rot). Die senkrechte schwarze Linie in beiden Teilbildern ist entsprechend dem k -Wert des Dipolübergangs zwischen dem obersten Valenzband mit dem untersten Leitungsband bei einer Übergangsenergie von 1.503 eV eingezeichnet. Diese Übergangsenergie entspricht der Zentralfrequenz des anregenden Pulses im Experiment. Man erkennt bereits hier, dass der Dipolübergang vom zweiten Leitungsband ins zweite Valenzband für die weitere Betrachtung nicht relevant sein kann: der energetische Abstand beider Bänder voneinander bei $k = 0$ ist größer als die Pumpenergie. Daher ist eine direkte Ladungsträgererzeugung zwischen diesen Bändern nicht möglich. Wohl aber können Ladungsträger aus dem untersten Leitungsband und dem obersten Valenzband in die benachbarten Bänder streuen. Bei einer genaueren Betrachtung der chemischen Potentiale der Valenz- und Leitungsbandsysteme bei der maximal durch Pumpen bei 1.503 eV erreichbaren Dichte (Transparenz bei der Pumpenergie durch verschwindenden Phasenraumfüllfaktor), ergibt sich eine maximale kumulierte Besetzung $n_{k=0}^{2v} + n_{k=0}^{2c}$ von ca. 0.6. Zudem ist die entsprechende Übergangsenergie so weit oberhalb der Resonatorlinie, dass selbst bei einer existierenden Inversion keine Laseraktivität einsetzen kann. Energetisch und auch von der Besetzung her im Bereich des Möglichen ist der optische Übergang vom zweiten Valenzband in das erste Leitungsband. Hierbei ist jedoch das optische Übergangsmatrixelement vernachlässigbar klein, wie im Graphen von Bild (4.9,d) zu sehen ist. Die Stärke des Dipolübergangs wiederum ist von den Symmetrien der in die beteiligten Quantenfilmsubbbänder hineinmischenden Volumenbändern abhängig [86].

Betrachten wir noch den Übergang vom ersten Valenzband in das zweite Leitungsband, so treten gleich beide obigen Gründe dafür auf, ihn zu vernachlässigen. Sowohl das Dipolmatrixelement als auch die maximale Besetzung bei $k = 0$ verhindern eine Laseraktivität. Die restlichen denkbaren Bandübergänge sind alle energetisch zu weit von den im Experi-

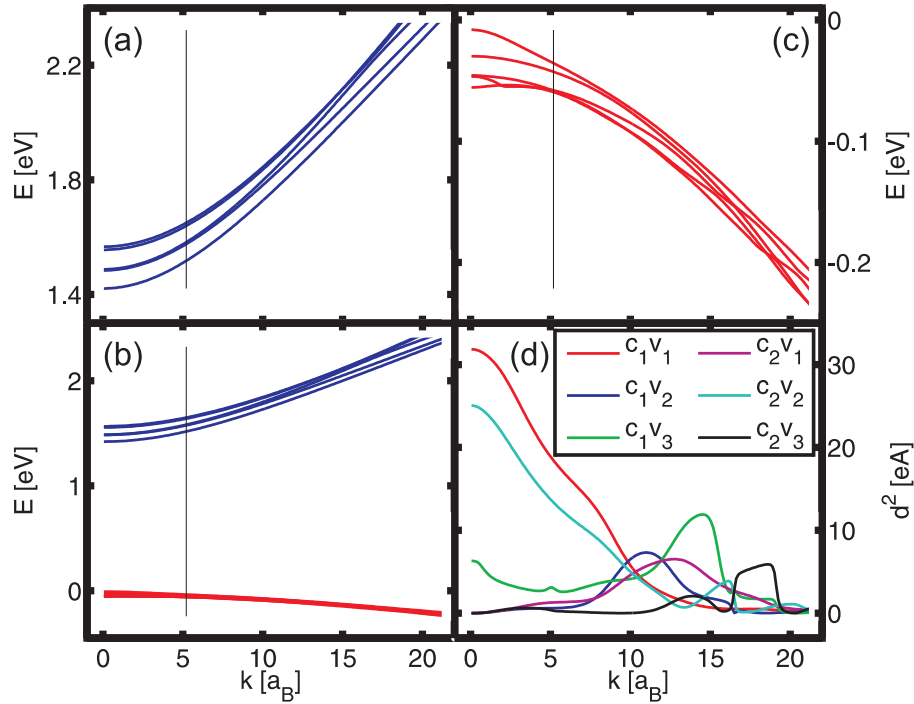


Abbildung 4.9.: Bandstruktur und Dipolmatrixelement des (InGa)As Quantenfilmmaterials zwischen GaAs Barrieren. Die oberen beiden Bilder zeigen die Elektronen (Unterbild (a), blau) und die Lochbandstruktur ((b), rot) separat. Das Unterbild (c) zeigt als Übersicht die volle Bandstruktur. Das Teilbild (d) stellt die impulsabhängige Stärke des Quadrats des Dipolübergangs in dem berechneten System für verschiedene Bandübergänge dar. Die schwarz angedeutete Linie entspricht einer Übergangsenergie von 1.505eV . Diese Daten wurden von Christoph Schlichenmaier berechnet.

ment beteiligten Energien entfernt.

Als wesentliches Ergebnis dieser Betrachtung stellen wir also fest, dass die höheren Bänder durchaus einen Einfluss auf die Absorption des Pumpulses im QW haben, da sie die Gesamtzustandsdichte erhöhen. Da aber die Gesamtabsorption, wie wir noch sehen werden, von der Barrierenabsorption dominiert wird, ist dieser Einfluss vernachlässigbar. Bei der Emission jedoch spielen die weiteren QW-Bänder keine Rolle, und wir können die theoretische Beschreibung des Systems auf zwei Quantenfilmsubbänder beschränken.

Neben der Bandstruktur sind die in dem aktiven Material auftretenden Streumechanismen für die Absorption und den Aufbau von Ladungsträgerdichten von Bedeutung. Auf diesen charakteristischen Zeitskalen werden durch das Pumpen erzeugte Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilungen thermalisiert, was wiederum Einfluss auf die durch das pumpinduzierte Pauli-Ausschlussprinzip reduzierte Pumpabsorption hat. Die verwendeten, mikroskopisch motivierten Intrabandrelaxationszeiten liegen je nach Dichte und Temperatur zwischen 550 fs ($10\text{ K}/1\text{e}11\text{ cm}^{-2}$) und 220 fs ($500\text{ K}/8\text{e}12\text{ cm}^{-2}$) bei den Elektronen und bei etwa halb so hohen Werten für die Löcher [24]. Für den Energieaustausch zwischen

Löchern und Elektronen nehmen wir eine Plasmarelaxationszeit von 1 ps an, für die Ankopplung an das Gitter eine charakteristische Relaxationszeit von ebenfalls 1 ps [24].

4.5.2. Barriere

Der elektronische Ladungsträgereinschluss, und damit die Begrenzung der Elektronenfreiheitsgrade auf zwei Dimensionen wird durch die Quantenfilme umgebende, nur 9.9 nm dicke, GaAs Barrieren sowie die (GaP)As Abstandshalterschichten erreicht. Beide Materialien haben deutlich unterschiedliche Bandlücken von ca. 1.518 eV beim GaAs [87, 88] und ca. 1.572 eV für das Ga(PAs) [88] bei 10 K Gittertemperatur. Das daraus resultierende Bandschema ist in Abbildung (4.10) gezeigt, wobei eine Bandanordnung (band-alignment) von 2/3(Elektronen) zu 1/3(Löcher) angenommen wurde [89, 90]. Aus dieser Bandanordnung ergibt sich, dass die untersten drei Leitungs- und die obersten beiden Valenzsubbänder aus Bild (4.9) im Quantenfilm gebunden sind.

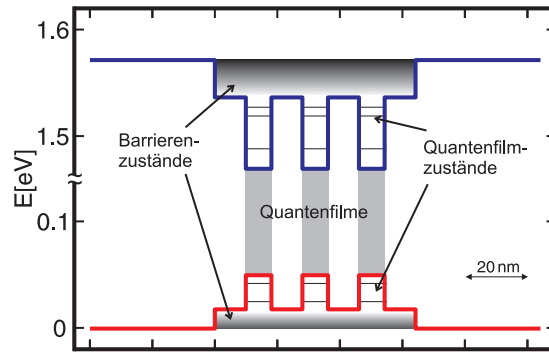


Abbildung 4.10.: Schema der Bandlückenordnung einer Quantenfilmgruppe bestehend aus drei (InGa)As Quantenfilmen, GaAs-Barrieren und Ga(PAs)-Abstandshaltern. Die Energieniveaus der drei Leitungs- und zwei Valenzsubbänder in Wachstumsrichtung sind durch die schwarzen Striche angedeutet. Innerhalb des Resonators sind vier solcher Gruppen an den Bäuchen der stehenden Lichtwelle bei der Designwellenlänge angeordnet (vgl. Tabelle (4.1)).

Trotz der geringen Barrierendicke können wir die elektronischen Wellenfunktionen der Barrieren als dreidimensional annehmen, da sie selbst erst von den Ga(PAs)-Abstandshalterschichten begrenzt werden und damit über eine ganze Quantenfilmgruppe ausgedehnt sind.

Die 1s-Resonanz der linearen Absorption der Barriere liegt aufgrund ihrer Bandlücke im Bereich der Pumpfrequenzen. Zur genauen Beschreibung der Absorption des Pumplichtes ist also auch die Berücksichtigung der Barriere essentiell. Wir tragen dem Rechnung, indem neben den zwei Quantenfilmbändern noch zwei als parabolisch angenommene Barrierenbänder mit effektiven Massen $m_{eff}^e = 0.067 \cdot m_0$ und $m_{eff}^h = 0.5 \cdot m_0$ [88, 87] mitgerechnet werden. Abbildung (4.11) zeigt das gesamte Absorptionsspektrum von einem Quantenfilm

mit Barriere als durchgezogene schwarze Linie. Deutlich sind sowohl die 1s Plasmaresonanz des auf nahezu zwei Dimensionen eingeschlossenen Elektronengases des Quantenfilms, als auch die 1s-Resonanz der Barriere zu sehen.

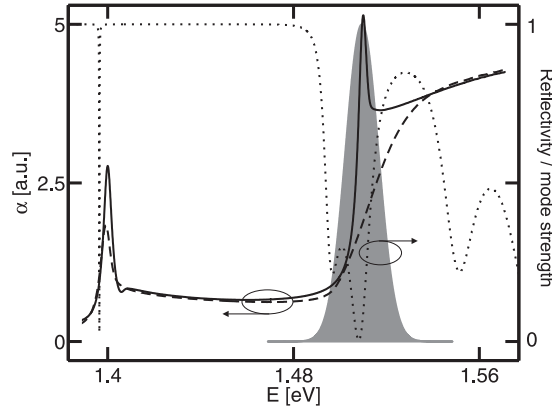


Abbildung 4.11.: Berechnetes Absorptionsspektrum des VCSEL ohne Anregung (durchgezogene Linie) und für die Ladungsträgerdichte, die nach dem halben Pumpimpuls (30 mW Pumpleistung) im System vorhanden ist (gestrichelte Linie). Dabei ist eine inhomogene Verbreiterung von 4 meV angenommen worden. Der vom Pumpimpuls angeregte Spektralbereich ist grau hinterlegt. Die gepunktete Linie gibt das Reflexionsspektrum aus Bild (4.6) wieder. Aus [81]

Zusätzlich zu der Ladungsträgerstreuung innerhalb der Barrieren, die analog zu der in den Quantenfilmen angenommen wird, wird die Streuung aus den Barrieren in die Quantenfilme mithilfe einer charakteristischen Einstreuzeit von 5 ps beschrieben, die damit im unteren Bereich der in der Literatur beschriebenen Relaxationszeiten ähnlicher Strukturen liegt [26, 60].

4.6. Anregungsinduziertes Dephasieren - Simulation der experimentellen Beobachtungen

Für die Simulationen wählen wir mit $\hbar\omega_{pump} = 1.505$ meV eine um zwei meV höhere Anregungsenergie als im Experiment (1.503 eV), weil wir damit die besten Theorie-Experiment-Vergleichsergebnisse erzielen können. In Bild (4.12) ist die zeitaufgelöste Laseremission für verschieden gechirpte Pumpimpulse mit einer Pumpleistung knapp oberhalb der Laserschwelle, die in der Simulation bei ca. 30 mW liegt, dargestellt. Vergleicht man dieses Ergebnis mit dem Experiment (Bild (4.1)), so zeigen sich alle wesentlichen Beobachtungen des Experiments auch in der Simulation. Sowohl die chirpabhängige Verzögerung der Laseremission nach dem Pumpimpuls als auch die relativen unterschiedlichen Emissionsintensitäten sind qualitativ korrekt wiedergegeben. Im kleinen eingesetzten Bild sind zudem die integrierten und normierten Laserausgangsleistungen für steigende Pumpleistungen bis ca. 250 mW

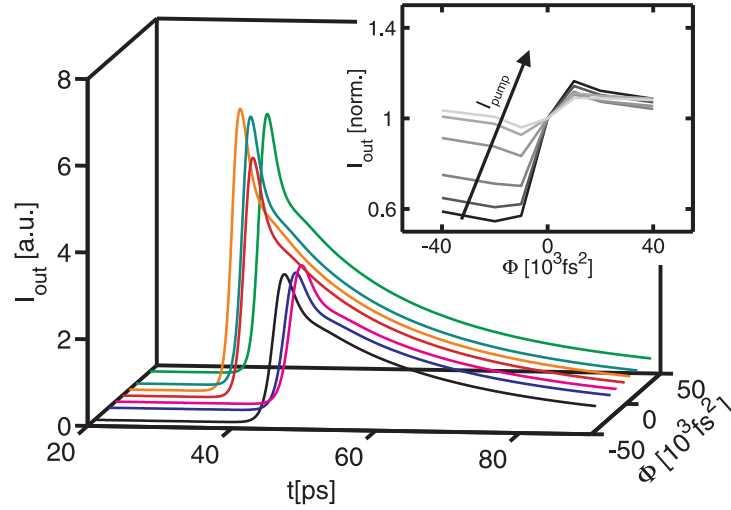


Abbildung 4.12.: Berechnete VCSEL-Ausgangsleistung I_{out} für verschiedenen quadratischen Chirp Φ und eine Pumpleistung von ~ 30 mW. Im Inset sind die integrierten und normierten VCSEL-Emissionen für steigende Pumpleistung (30 mW - 250 mW) als Funktion des Chirps dargestellt.

wiedergegeben. Auch diese Tendenz stimmt vollkommen mit den Beobachtungen des Experiments überein.

Zur Erklärung dieser Beobachtungen müssen wir nochmal auf die Besonderheiten des Pumpimpulses eingehen. Dieser liegt wie bereits erwähnt mit seiner Zentralfrequenz in einem Nebenminimum des Reflexionsspektrums sowie sehr nahe an der Bandkante der GaAs-Barrieren und deckt durch die spektrale Breite des 110 fs breiten Pulses deren 1s-Plasmaresonanz komplett ab (Bild (4.11)). Ein sehr großer Teil der Pumpabsorption ist also vom Vorhandensein dieser Resonanz abhängig. Durch in die Barriere gepumpte Ladungsträger bleicht diese Resonanz jedoch stark aus. Dieser Effekt ist als anregungsinduziertes Dephasieren (Excitation induced Dephasing, EID) bekannt [91, 92, 93]. Hierbei koppeln die erzeugten Ladungsträgerpopulationen über die Coulomb-Wechselwirkung an die mikroskopischen Polarisierungen und sorgen durch Streuung für eine Umverteilung der Polarisationsamplituden im k -Raum. Im Endeffekt dephasiert dadurch die Gesamtpolarisation, so dass sich die konstruktive Interferenz der p_k , die ja im Fall linearer Absorption insbesondere das stark betonte 1s-Resonanzmaximum erzeugt, durch destruktive Interferenz abschwächt.

Das anregungsinduzierte Dephasieren ist also ein Resultat der Coulomb-Streuung der mikroskopischen Polarisierungen und gehört somit zu den höheren Korrelationen in den Halbleiter-Bloch-Gleichungen. Um jedoch die Numerik möglichst schlank und effizient zu gestalten, imitieren wir den Effekt des EID durch eine dichte- und temperaturabhängige τ_{pol} -Zeit, also eine dichteabhängige homogene Verbreiterung der Polarisation, anstatt sie mikroskopisch zu berücksichtigen. Die gewählten τ_{pol} -Zeiten liegen dabei zwischen 250 fs (10 K/1e11 cm $^{-2}$) und 55 fs (500 K/8e12 cm $^{-2}$).

Betrachten wir nun Pumpleistungen im Bereich der Laserschwelle des VCSELs, dann

können wir die experimentellen Abhängigkeiten des Laserausgangssignals vom induzierten Chirp mit dem EID wie folgt erklären:

Die gestrichelte Linie in Bild (4.11) zeigt ein Absorptionsspektrum, nachdem die Hälfte eines Fourier-limitierten Pumpulses bei einer Pumpleistung nahe der Laserschwelle den aktiven Bereich passiert hat. Es wurden also bereits EID verursachende Ladungsträger injiziert und dadurch insbesondere die 1s-Absorption der Barriere stark ausgebleicht.

Die chirpabhängige Pumpabsorption ist nun auf die Asymmetrie des Absorptionsspektrums im Bereich der 1s-Resonanz der Barriere sowie deren EID zurückzuführen. Für positiven Chirp beginnt der Pumpuls mit Energien knapp unterhalb der 1s Resonanz der Barriere und geht dann zu den höheren Energien über. Ladungsträger werden zunächst nur in den Quantenfilmen, nicht aber in der Barriere erzeugt. Daher hat bis zum Erreichen der 1s Resonanz das EID noch nicht eingesetzt und der zentrale Energiebereich des Pulses wird daher stark absorbiert. Im Falle negativen Chirps (der Puls startet zuerst mit dem hochenergetischen Frequenzanteil) werden zunächst Ladungsträger oberhalb der 1s Barrierenresonanz in der Barriere erzeugt, und zwar deutlich mehr als im Falle des positiven Chirp im unteren Ausläufer der 1s-Resonanz. Die Resonanz wird dann durch das EID ausgebleicht und die Absorption der zentralen Frequenzen fällt geringer aus. Insgesamt werden weniger Nichtgleichgewichtsladungsträger erzeugt und die Laseremission schwächt sich im Vergleich zum positiven Chirp ab.

Je nachdem wo sich die ausbleichende Resonanz relativ zur Zentralfrequenz des anregenden Pulses befindet, hat der Chirp auch Auswirkungen auf die mittlere Energie und damit auf die mittlere Temperatur der erzeugten Ladungsträger. Betrachten wir zunächst die vom EID nicht oder nur schwach betroffenen Bereiche des Absorptionsspektrums, so ergibt sich aus der Stärke der Absorption (schwach unterhalb der Barrierenbandlücke, stark oberhalb) und der entsprechenden energetischen Position eine mittlere Ladungsträgerenergie. Liegt nun der *variable*, also ausbleichende Bereich des Absorptionsspektrums energetisch oberhalb dieser mittleren Ladungsträgerenergie der restlichen erzeugten Ladungsträger, so steigt die Temperatur mit der unausgebleichten Absorption (Fall des positiven Chirp) und bleibt ungefähr gleich bei ausgebleichter Absorption (negativer Chirp). Dieser Fall liegt in den Simulationen vor, wobei der Temperaturunterschied chirpabhängig kurzzeitig über 100 K ausmachen kann. Er wirkt sich jedoch fast nicht auf die Laseremission aus. Das wiederum liegt an der relativ schnellen Kühlung der Ladungsträgerverteilungen durch die Phononen im Vergleich zu den Anschwingzeiten der Laseremission.

Bei einer Verschiebung der Zentralfrequenz des Pumpulses zu größeren Energien kann man auch den gegenteiligen Effekt erreichen, so dass die mittlere Energie der erzeugten Ladungsträger bei positivem Chirp kleiner ist als bei negativem. In unserem konkreten Fall sinkt dabei jedoch auch der Unterschied in der erzeugten Ladungsträgerdichte zwischen Pumpulsen verschiedener Chirpvorzeichen, da die 1s-Resonanz nun nicht mehr vom Maximum, sondern nur noch von einem Ausläufer der im Pumpuls enthaltenen Frequenzen abgedeckt wird.

In Bild (4.13) ist die Plasmatemperaturentwicklung nach den verschieden gechirpten Anregungen aufgetragen. Die gewählten Parameter entsprechen denen von Bild (4.12). Zunächst einmal erkennt man eine ausgeprägte Dynamik der Ladungsträgertemperaturen

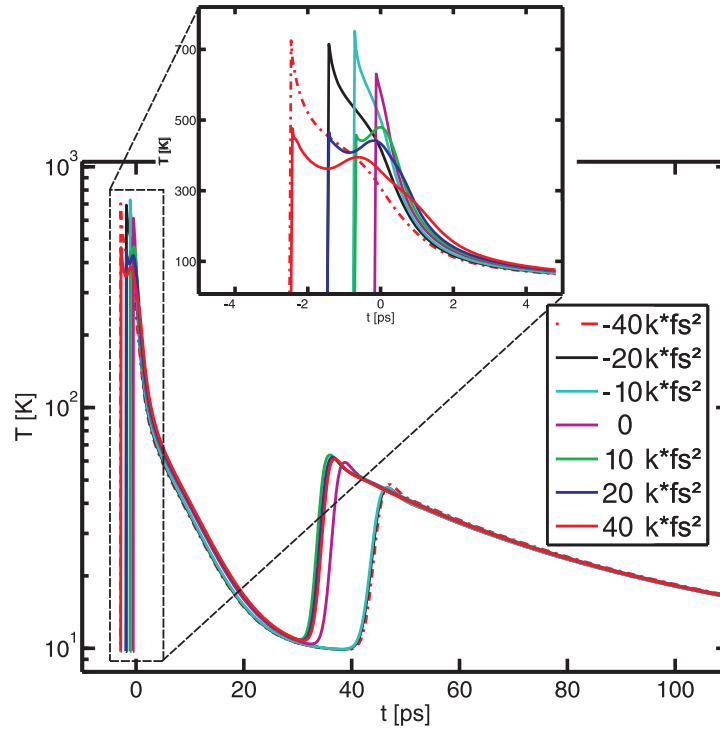


Abbildung 4.13.: Logarithmische Darstellung der Plasmatemperaturentwicklung nach unterschiedlich gechirpter Anregung mit einer Pumpleistung von 30mW. Der Zeitbereich während und unmittelbar nach der Anregung ist linear und vergrößert dargestellt.

während der jeweilige Pumpimpuls auf die Probe trifft. Nach Gleichung (4.3) sind gechirpte Pulse länger als ungechirpte. Da das Maximum des gechirpten Pulses (im Vakuum) zur Festlegung des Zeitnullpunktes dient, werden bereits bei negativen Zeiten die ersten Ladungsträger angeregt. Dabei werden zunächst nur sehr wenige Ladungsträger hoch im Band erzeugt, deren mittlere Energie somit groß ist und die berechnete hohe Ladungsträgertemperatur erklärt. Man erkennt, dass negativ gechirpte Pulse höhere Anfangstemperaturen verursachen als positiv gechirpte, was wiederum an den bei negativem Chirp zuerst eingestrahlten hohen Frequenzen und damit hoch im Band angeregten Ladungsträgern im Vergleich zu den tiefer im Band angeregten Ladungsträgern beim positiven Chirp liegt.

Im Folgenden sinkt die Ladungsträgertemperatur durch Energieabgabe an das Gitter zunächst. Bei positivem Chirp folgt auf die erste Abkühlungsphase eine deutlich sichtbare Erwärmung. Dies ist auf die nun verstärkt stattfindende Absorption im Bereich der Barrierenresonanz zurückzuführen. Die nun erzeugten Ladungsträger haben eine höhere Energie als die zuerst erzeugten. Die mittlere Energie steigt und damit auch die Temperatur. Nachfolgend nähert sich die Ladungsträgertemperatur der Gittertemperatur an. Sobald der Laser beginnt, signifikante Lichtintensitäten zu emittieren, rekombinieren zunehmend mehr Ladungsträger an der Bandkante und die Gesamtladungsträgerdichte nimmt ab. Da dies wiederum Ladungsträger mit Energien unterhalb der mittleren Energie der Ladungsträger

sind, steigt deren Mittelwert und damit die Temperatur.

Die Temperaturkurven für negativ gechirpte Pumpanregung folgen demselben generellen Schema, wobei jedoch der zweite Anstieg durch Absorption an der 1s-Resonanz der Barriere nur noch sehr schwach als leichte Verzögerung des Temperaturabfalls sichtbar ist (siehe z.B. rot-gestrichelte Kurve für $-4 \cdot 10^4 \text{ fs}^2$ bei ca. -0.5 ps). Dies liegt an der bereits stark ausgeblichen Resonanz und den verhältnismäßig wenigen erzeugten Ladungsträgern.

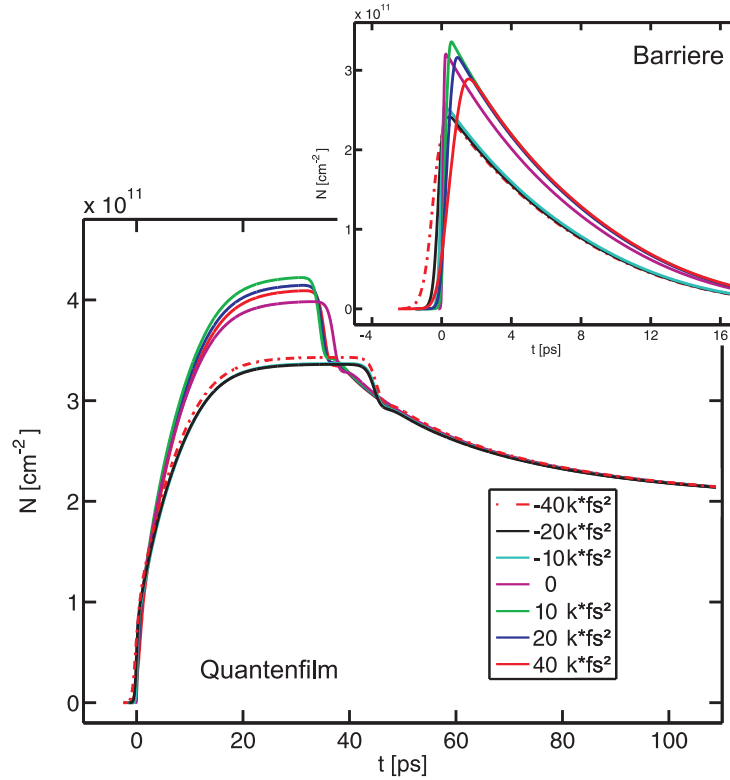


Abbildung 4.14.: Quantenfilmladungsträgerdichteentwicklung nach unterschiedlich gechirpter Anregung bei einer Pumpleistung von 30 mW. Als Inset ist die Zeitentwicklung der Flächenladungsträgerdichte in der Barriere (berechnet aus der dreidimensionalen Ladungsträgerdichte) unter den selben Pumpbedingungen gezeigt.

In Abbildung (4.14) ist eben jene Ladungsträgerdichteentwicklung für die verschiedenen gechirpten Anregungen gezeigt. Im kleineren, oberen Bild ist die aus der Ladungsträgerdichte berechnete Flächendichte in den Barrieren dargestellt. Vergleicht man z.B. $N_{barr}(t)$ der maximal gechirpten Anregungen dieser Untersuchung, $N_{barr}(t)|_{\Phi=-4 \cdot 10^4 \text{ fs}^2}$ (rot gestrichelt) und $N_{barr}(t)|_{\Phi=+4 \cdot 10^4 \text{ fs}^2}$ (rot durchgezogen), so erkennt man, dass die vorausseilende Flanke ($t < 0$) des Pumpimpulses bei negativem Chirp höhere Dichten erzeugt als bei positivem Chirp. Dieser Unterschied wird dann im Verlauf des restlichen Pumpimpulses wie oben erklärt überkompensiert, was zu einer effektiv höheren erzeugten Gesamtdichte zunächst in der Barriere und nach Relaxation dann auch im Quantenfilm (großes, unteres Teilbild) führt. Auf den Erzeugungsprozess der Ladungsträger folgt ein kurzer Zeitabschnitt nahe-

zu konstanter Ladungsträgerdichte. In dieser Zeit baut sich das Laserlichtfeld exponentiell auf, ist jedoch noch nicht stark genug, signifikante Mengen der angeregten Ladungsträger stimuliert rekombinieren zu lassen. Auch bemerkt man keinen sichtbaren Ladungsträgerverlust durch andere Prozesse wie Rekombination an Kristalldefekten, spontane Emission und Auger-Prozesse. Eine einfache Abschätzung dazu liefert für $N = 4 \cdot 10^{11} \text{cm}^{-2}$ und $d_{QW} = 8 \text{nm}$ mit $A = 10^7 \text{s}^{-1}$, $B = 10^{-10} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$, $C = 6 \cdot 10^{-30} \text{cm}^6 \text{s}^{-1}$ [33] Ladungsträgerverluste von unter $2.5 \cdot 10^8 \text{cm}^{-2}$ in 10 ps, womit diese Beobachtung erklärt werden kann. Nachfolgend ist das Laserfeld bereits so stark, dass es signifikant Ladungsträger stimuliert rekombinieren lässt und die Ladungsträgerdichte so weit absinkt, bis kein Netto-Gewinn mehr vorhanden ist, der Laser also ausgeht. Die Energie des emittierten Laserlichts entstammt dabei den stimuliert rekombinierten Ladungsträgern. Somit bedeutet eine größere Ladungsträgerdichte auch eine größere integrierte Laseremission, wie im kleinen Bild in Bild (4.12) bzw. Bild (4.1) beobachtet.

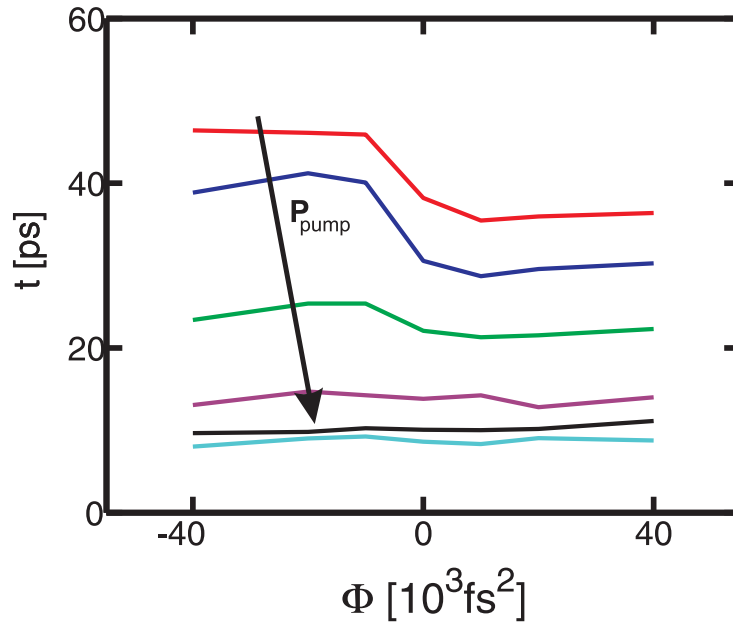


Abbildung 4.15.: Chirpabhängige Anschaltzeit des Lasers nach Pumpanregung in der Simulation. Die Pumpleistung nimmt von der Schwelle bei 30 mW in Pfeilrichtung bis auf 250 mW zu.

Erhöhen wir nun die Pumpleistung, so erzeugt auch der niederenergetische Anteil der Pumpfrequenzen signifikante Ladungsträgerdichten. Bei positiven Chirp bedeutet dies im Extremfall für den zentralen Pumpfrequenzbereich eine ebenso ausgeblichene 1s Barrierenresonanz wie im Fall des negativen Chirps. Die für unterschiedlichen Chirp erzeugten Ladungsträgerdichten gleichen sich an, die chirpabhängigen Unterschiede in der Emission verschwinden (vergleiche die normierte integrierte Laseremission in Bild (4.12) und (4.1)).

Durch die höhere Pumpleistung werden mehr Ladungsträger erzeugt, was wiederum zu höherem Gewinn an der Laserwellenlänge führt. Daher schwingt der Laser bei höheren

Ladungsträgerdichten schneller an als bei niedrigeren. Bild (4.15) zeigt die Anschwingzeit des Lasers für die verschiedenen Werte des Chirps bei unterschiedlichen Pumpleistungen. Zunächst einmal erkennt man bei der niedrigsten Pumpleistung die deutlich längere Anschwingzeit für negativen Chirp im Vergleich zum positiven. Ursache sind die starken, chirpabhängigen Unterschiede in den erzeugten Ladungsträgerdichten, und damit deutlich unterschiedlichen Netto-Gewinne. Bei Erhöhung der Pumpleistung nivellieren sich diese Unterschiede und die durchschnittliche Anschaltzeit verkürzt sich. Eben dieses Verhalten wurde qualitativ auch im Experiment beobachtet (Bild (4.2)).

Variieren wir die Pumpleistung in die entgegengesetzte Richtung, also zu sehr kleinen Pumpleistungen hin, so verschwindet die Chirpabhängigkeit der Ladungsträgererzeugung auch. Diesmal liegt es daran, dass insgesamt nicht genug Ladungsträger erzeugt werden, um ein anregungsinduziertes Dephasieren der Absorption auszulösen.

Regime hoher Pumpleistung

Erhöhen wir die Pumpleistung deutlich über den bisher betrachteten Bereich hinaus (im Experiment $\gg 1$ W), so beobachtet man ein weiteres Phänomen. Die integrierte Emission wird, nachdem sie für mittlere Pumpleistungen chirpunabhängig war, wieder stark chirpabhängig. Jedoch ist diese Chirpabhängigkeit nahezu symmetrisch im Vergleich zur asymmetrischen Abhängigkeit bei sehr kleinen Pumpleistungen. In Bild (4.3) ist eine deutlich geringere Laseremission für den fourierlimitierten Puls als bei den gechirpten Pulsen erkennbar. Weiterhin gibt es eine leichte Asymmetrie dahingehend, dass negativ gechirpte Pulse eine kleinere integrierte Emission hervorrufen als positiv gechirpte.

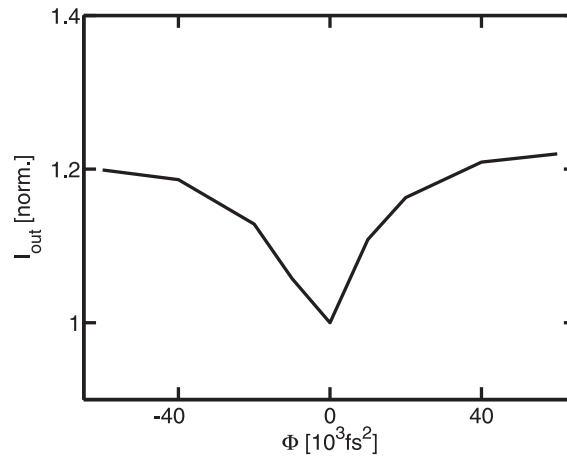


Abbildung 4.16.: Integrierte und auf die ungechirpte Emission normierte Laseremission für unterschiedlichen Chirp und eine Pumpleistung von 1.2 W.

Ursache dieses Phänomens ist die hohe Leistung, die beim fourierlimitierten Puls in kürzester Zeit in das System gebracht wird. Da die Pulslänge in der Größenordnung der Polarisationsdephasierung ist, kommt es zu Bloch-Oszillationen [94], die in der zeit- und impuls aufgelösten Darstellung in Bild (4.17) deutlich sichtbar sind. In diesem Fall ist der

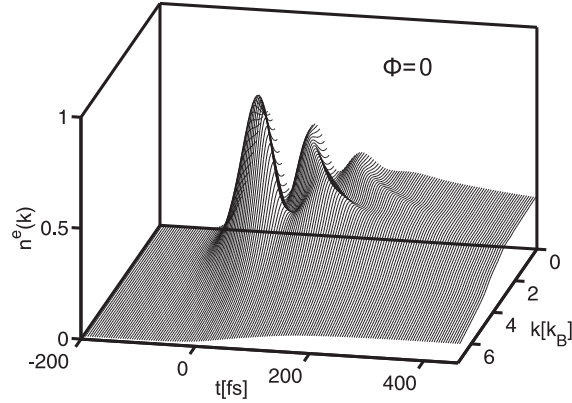


Abbildung 4.17.: Zeit- und k - aufgelöste Dichteentwicklung und Bloch-Oszillationen im Barrierenleitungsband für fourierlimitierte Anregung mit 1.2 W.

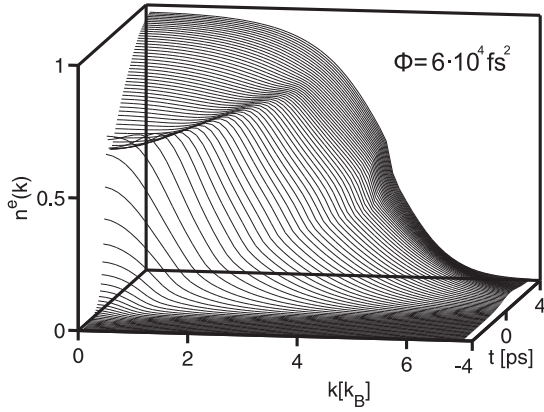


Abbildung 4.18.: Zeit- und k - aufgelöste Dichteentwicklung im Barrierenleitungsband für Anregung mit $\Phi = 6 \cdot 10^4 \text{fs}^2$ und einer Pumpleistung von 1.2 W.

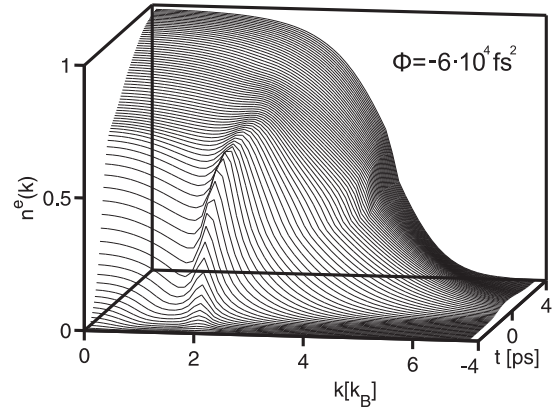


Abbildung 4.19.: Zeit- und k - aufgelöste Dichteentwicklung im Barrierenleitungsband für Anregung mit $\Phi = -6 \cdot 10^4 \text{fs}^2$ und einer Pumpleistung von 1.2 W.

Pumppuls auf einer etwas kleineren Zeitskala als die Streuprozesse in benachbarte Bandzustände. Die Ladungsträgerbesetzungen $n_k^{e,h}$ für durch den Pumppuls angeregte k reduzieren sich durch Streuung in andere Zustände also langsamer als sie durch den Puls bevölkert bzw. kohärent in die Bloch-Oszillationen getrieben werden. Durch das Dephasieren der Polarisation auf der Zeitskala der Pumppulslänge an der Quantenfilmposition ist die maximal erreichbare Ladungsträgerdichte durch den Phasenraumfüllfaktor (Pauli-Abstoßung) begrenzt.

Gechirpte Pulse sind im zeitlich deutlich länger und Bloch-Oszillationen sind vermindert. Gleichzeitig nimmt die Bedeutung der Streuung zu, und bereits während des Pumppulses wird ein großer Anteil der erzeugten Dichte in andere Zustände gestreut. Die gesamt erzeugte Dichte steigt damit mit längeren Pulsen.

Die Asymmetrie zwischen gleichstark, aber mit unterschiedlichem Vorzeichen gechirpten

Pulsen ist auf den zeitlichen Verlauf der Pumpfrequenz zurückzuführen. Positiver Chirp bedeutet, dass zunächst die niedrigeren Pumppulsfrequenzen die Probe treffen. Im zeitlichen Verlauf des Pumppulses wandert dann einerseits die Pumpfrequenz zu höheren Frequenzen, andererseits steigt die Renormierung der Einteilchenenergien durch die bereits erzeugten Ladungsträger und erreicht dabei Werte von einigen 10 meV. Beides wirkt dahingehend, dass die Ladungsträger im Verlauf des Pulses bei steigenden Impulsen erzeugt werden (siehe Bild (4.18)). Damit ist die mittlere Energie nachfolgender Ladungsträger oberhalb des Mittelwerts der *bereits erzeugten*, und teilweise thermalisierten Ladungsträger, und ein reduziertes Blocking tritt auf. Bei negativem Chirp kompensieren sich Einteilchenrenormierung und Pumpfrequenzverschiebung teilweise, womit die Ladungsträger über die Dauer des Pumppulses bei annähernd gleichen k erzeugt werden, was wiederum ein erhöhtes Blockieren zur Folge hat. Dies ist in Bild (4.19) gut erkennbar.

5. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Dissertation werden optisch gepumpte Halbleiterscheibenlaser zweier unterschiedlicher Bauformen, VECSEL (Vertical-External-Cavity Surface-Emitting-Laser) und VCSEL (Vertical-Cavity Surface-Emitting-Laser), untersucht. Dazu wird im wesentlichen eine mikroskopische, quantenmechanische Theorie der elektronischen Eigenschaften in Kombination mit einer klassischen Beschreibung des elektrischen Feldes, den so genannten Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen, verwendet. Diese Beschreibung erlaubt insbesondere dynamische Vorgänge im elektronischen System des aktiven Lasermaterials (hier Quantenfilme) detailliert nachzuvollziehen und daraus resultierende Auswirkungen auf die Laseremission zu verstehen.

Im Rahmen der Arbeit zeigt sich, dass in optisch gepumpten VECSELn dynamische Streuprozesse zwischen angeregten Ladungsträgern unter Laserbedingungen zu stationären Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilungen führen können, die eine Reduktion des Gewinns im Vergleich zu Gleichgewichtsverteilungen bei gleicher Ladungsträgerdichte verursachen. Weiterhin stellen sich aufgrund des Quantendefekts Ladungsträgertemperaturen, die die mittlere Energie der Nichtgleichgewichtsverteilung repräsentieren, ein, die oberhalb der Gittertemperatur des Systems liegen. Dadurch wird der Gewinn weiter reduziert. Als Konsequenz aus der kombinierten Gewinnreduktion steigt die Ladungsträgerdichte und damit auch die Verluste des Lasersystems. Hinzu kommt ein Ausbleichen der Absorption der Quantenfilme, das sich negativ auf die Absorptionseffizienz quantenfilmgepumpter VECSEL auswirkt. Zusammen folgt daraus eine sublineare Leistungscharakteristik für Pumpleistungen oberhalb der Laserschwelle, bei der rund 3/4 der Abweichungen in dem betrachteten System und den betrachteten Anregungsbedingungen auf das Ausbleichen der Absorption und 1/4 auf die Ausprägung der Nichtgleichgewichtsverteilung zurückgeführt werden konnte.

Regt man den VECSEL mit Pumpenergien im Bereich oberhalb der Barrierenbandkante an, treten deutlich geringere und von der Pumpleistung nahezu unabhängige Ausbleicheffekte der Pumpabsorption auf, die jedoch von der Ladungsträgereinstreuzeit $\tau_{in-well}$ in die Quantenfilmschichten bestimmt sind. Für Streuzeiten unterhalb rund 20 ps wird die Emissionscharakteristik unabhängig von $\tau_{in-well}$, bei längeren Streuzeiten entstehen signifikante Ladungsträgerbesetzungen in der Barriere, die zusätzliche Verluste und eine reduzierte Pumpabsorption mit sich bringen.

In stationären Zustand wird der größte Teil der Laserverlustleistung über die Elektron-Phonon-Kopplung an das Gitter abgegeben und schlussendlich an eine externe Wärmesenke abgeführt. Die aktiven Schichten, und in der Folge der gesamte aktive Spiegel, heizen sich daher pumpleistungsabhängig auf und verursachen Wellenlängenverschiebungen vom Materialgewinn und der Resonatormode. Bereits bei angenommenen Gleichgewichtsladungs-

trägerverteilungen auf Gittertemperatur führt dieser Effekt zur signifikanten Erhöhung der Ladungsträgerdichte und damit der Laserverluste und daher sinkender Effizienz des Lasersystems bei hohen Pumpleistungen. Letztendlich schaltet der VECSEL durch supralinear mit der Ladungsträgerdichte steigende Verluste ab - dem sogenannten thermischen Überrollen.

In der vorliegenden Arbeit wurde dieser Aspekt der Leistungscharakteristik eines VECSELS unter Verwendung eines Gleichgewichtsratengleichungsmodells auf Basis mikroskopischer Verlust- und Gewinnrechnungen untersucht. Dabei wurde der Einfluss des Resonators und insbesondere die Auswirkungen einer Anti-Reflexionsbeschichtung (AR) auf dem aktiven Spiegel auf die Leistungscharakteristik des Systems analysiert. Im Ergebnis verursacht die in experimentellen Aufbauten häufig verwendete AR-Beschichtung eine signifikant verschlechterte Leistungscharakteristik mit erhöhten Schwellpumpleistungen und veringert maximaler Laseremission. Der Grund dafür ist eine Abschwächung des optischen Überlapps von aktivem Material und der Resonatormode durch einen weniger ausgeprägten Unterresonator im aktiven Spiegel. Allerdings kann eine geeignet gewählte AR-Beschichtung die Reflexion des Pumplichtes so stark reduzieren, dass die Gesamteffizienz des beschichteten VECSEL größer als die des unbeschichteten ist.

Die Auswertung der Auswirkungen weiterer Resonatoreigenschaften wie der Reflektivität des externen Spiegels und der Energieverschiebung zwischen Resonatormode und Photolumineszenzsignal des aktiven Materials bei Raumtemperatur auf die Leistungscharakteristik, ergaben verschiedene Optima der maximaler Ausgangsleistung und Schwellpumpleistung für beschichtete und unbeschichtete Bauelemente. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, bereits beim Design eines VECSELS die Auswirkungen einer eventuellen AR-Beschichtung mit zu berücksichtigen, um die für die jeweilige Anwendung optimale Leistungscharakteristik erreichen zu können.

Nachfolgend wurde der Einfluss der AR-Beschichtung auf die Emissionsdynamik gepulst angeregter VECSEL betrachtet. Dabei zeigte sich auch hier, dass die AR-Beschichtung charakteristische Merkmale der Laseremission wie Anschlagzeit, Schwellpumpleistung und Steigungseffizienz beeinflusst. Zurückzuführen sind diese Effekte wieder auf den durch die AR-Beschichtung deutlich schwächer ausgeprägten Unterresonator und dem daraus folgenden geringeren optischen Einschluss Γ .

Die Betrachtung der Leistungscharakteristik von VECSELn wurde mit einer Analyse der physikalischen Gründe für das thermische Überrollen beendet. Bereits aus einem analytischen Modell geht dabei hervor, dass supralinear von der Ladungsträgerdichte abhängige Ladungsträgerverluste die Ursache des Phänomens darstellen. In einer detaillierteren Betrachtung auf der Basis der mikroskopischen Gewinn- und Absorptionsspektren der untersuchten VECSEL-Struktur konnte diese Aussage präzisiert werden und das exakte Verhalten der Leistungscharakteristik einschließlich des Auftretens eines klar definierten Maximums der Ausgangsleistung erklärt werden. Nebenbei bietet dieser Ansatz die Möglichkeit, die komplette Leistungscharakteristik eines VECSELS in stationärem Zustand auf der Basis mikroskopischer Gewinnspektren, mikroskopisch berechneter Ladungsträgerverluste und aus dem Resonatoraufbau abgeleiteten optischen Confinementspektren ohne Lösung der Ratengleichungen zu berechnen.

Im letzten Teil der Arbeit wurde das dynamische Antwortverhalten eines VCSELs unter kohärent kontrollierten Pulsanregungsbedingungen untersucht. Dabei wurden in einem Experiment¹ gaußförmige, 110 fs lange Pumppulse unterschiedlichen quadratischen Chirps und unterschiedlicher Pumpleistung resonant mit der 1s-Barrierenresonanz des untersuchten VCSEL eingestrahlt. Ein experimentell beobachteter Zusammenhang zwischen dem quadratischen Chirp und sowohl der Antwortzeit als auch der emittierten Laserleistung, konnte in der Simulation auf das Ausbleichen der 1s-Barrierenresonanz durch die angeregten Ladungsträger und dem damit einhergehenden anregungsinduzierten Dephasieren der Resonanz zurückgeführt werden. Die qualitativen Zusammenhänge zwischen Pumpleistung und Laserantwort wurden in der Simulation nachgewiesen und auf die pumpanregungsabhängig unterschiedlichen Ladungsträgerverteilungen zurückgeführt.

Als Fortführung der bisherigen VECSEL-Nichtgleichgewichtsuntersuchungen könnten die Auswirkungen variierter Relaxationszeiten im Ladungsträgersystem der Quantenfilme auf die Ausprägung von Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilungen unter Laserbedingungen untersucht werden. Dabei ist von einer Reduktion des Nichtgleichgewichts bei gleicher Pumpleistung für schnellere Ladungsträgerstreuungen auszugehen, womit sich also der Bereich der Pumpleistungen, indem es zu signifikanter Reduktion der Steigungseffizienz der Leistungscharakteristik kommt, zu höheren Werten verschieben sollte. Gleichermassen sollte die Kühlung der Ladungsträgerverteilungen durch Streuung mit den Phononen großen Einfluss auf die Gesamteffizienz des Lasers haben.

In einem weiteren Schritt könnten die Nichtgleichgewichtssimulationen mit der Temperaturerhöhung des Resonators kombiniert werden, um so die Auswirkungen von Ladungsträgnichtgleichgewicht und gittertemperaturinduzierten Effekten wie der Verschiebung der Resonatorwellenlänge und dem thermischen Überrollen selbstkonsistent berechnen zu können. Da die Zeitskala des Aufheizens des Systems jedoch groß gegen die in Kapitel 3.2 simulierten Zeiten sind, und diese Simulationen bereits auf 4 Prozessorkernen mehrere Tage Rechenzeit in Anspruch nehmen, ist eine einfache Erweiterung auf eine flexible Gittertemperatur, die mit der aus der Energiebilanz der Streuung resultierenden Abwärmeleistung steigt, nicht zielführend. Vielmehr muss ein Weg gefunden werden, die massiv unterschiedlichen Zeitskalen von Streuung und Gittererwärmung in einer solchen Simulation sinnvoll zu kombinieren. In diesem Kontext könnte auch eine ungewollte, aber unter Barrierenpumpbedingungen leider oft unvermeidliche Absorption von Teilen des Pumplichtes im Bragg-Spiegel als zusätzliche Wärmequelle berücksichtigt werden. Diese Pumpabsorption wird einen signifikanten Einfluss auf die Leistungscharakteristik haben und das thermische Überrollen zu kleineren Pumpleistungen verschieben. Die Ergebnisse solcher Simulationen könnten dann als Designhilfe auf dem Weg zu immer stärkeren Hochleistungslasern genutzt werden.

Ein weiteres Untersuchungsgebiet könnte die Dynamik von VECSEL-Systemen mit passiven sättigbaren Absorbern darstellen. Dabei werden Resonatoren aus aktiven Spiegeln und sogenannten SESAMs (Semiconductor Saturable Absorber Mirror) geformt, die ab-

¹Durchgeführt von S.Chatterjee

hängig von den optischen Eigenschaften von VECSEL und SESAM, kurze Laserpulse im ps-Bereich emittieren [95, 96]. Die Pulsformung einer weiten Klasse von VECSEL-SESAM Systemen beruht dabei auf einem ähnlichen Mechanismus wie bei Solitonen [97] und erzeugt daher sech^2 förmige Pulse. Neuere Experimente [98] nutzen den optischen Stark Effekt um ultrakurze, gaußförmige Pulse mit 260 fs voller Halbwertsbreite zu erzeugen. Dynamische Simulationen dieser SESAM-Systeme unter Verwendung der Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen sollten Aufschluss darüber geben können welches die relevanten Parameter des Pulsformungsmechanismus sind, und wie man sie in Hinblick auf noch kürzere Pulsdauern optimieren kann, um damit alternative, preiswerte Kurzpulslasersysteme zu realisieren.

A. Herleitung der vereinfachten Multisubband Halbleiterbloch Gleichungen

Der multiband Hamiltonoperator in Hartree-Fock-Näherung [14] lautet:

$$H_{HF} = \sum \hbar \epsilon_{i',\mu',\mathbf{k}} a_{i',\mu',\mathbf{k}}^\dagger a_{i',\mu',\mathbf{k}} - E(t) \sum d_{i',\mu';j',\nu'}(\mathbf{k}) a_{i',\mu',\mathbf{k}}^\dagger a_{j',\nu',\mathbf{k}} - \sum V_{i',\mu';j',\nu';j'',\nu'';i'',\mu''}(\mathbf{q}) [\rho_{j',\nu'';i'',\mu''}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) - \delta_{j',\nu'} \delta_{i'',\nu'} \delta_{\nu'',\mu'}] a_{j',\nu',\mathbf{k}}^\dagger a_{i'',\mu'',\mathbf{k}} \quad (\text{A.1})$$

Löst man dafür Heisenbergs Bewegungsgleichung

$$i\hbar \frac{d}{dt} \mathcal{O}(1) = [\mathcal{O}(1), \mathcal{H}] \quad (\text{A.2})$$

für die Einteilchenkorrelationen $\rho_{i,\mu;j,\nu}(\mathbf{k})$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{d}{dt} + i(\epsilon_{i,\mu,\mathbf{k}} - \epsilon_{j,\nu,\mathbf{k}}) \right] \rho_{i,\mu;j,\nu}(\mathbf{k}) \\ &= -\frac{i}{\hbar} \varepsilon(t) \sum_{i',j';\mu',\nu'} [\rho_{i,\mu;i'\mu'}(\mathbf{k}) d_{i',\mu';j,\nu}(\mathbf{k}) - d_{i,\mu;j',\nu'}(\mathbf{k}) \rho_{j',\nu';j,\nu}(\mathbf{k})] \\ & \quad - \frac{i}{\hbar} \sum_{\substack{i',j';\mu',\mu'' \\ \nu',\nu'';q \neq 0}} \left[\rho_{i,\mu;j'\nu'}(\mathbf{k}) [\rho_{j',\nu'';j,\mu'}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) - \delta_{j',\nu} \delta_{j',\nu} \delta_{\nu'',\mu'}] V_{j,\mu';j',\nu';j'',\nu'';j,\nu}(q) \right. \\ & \quad \left. - V_{i',\mu';i,\mu;i,\nu'';i',\mu''}(q) [\rho_{i,\nu'';i',\mu'}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) - \delta_{i,\nu} \delta_{i',\nu} \delta_{\nu'',\mu'}] \rho_{i',\mu'';j,\nu}(\mathbf{k}) \right] \\ & \quad + \text{corr} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

in den Bändern i, j und Subbändern μ, ν , ist die Zeitentwicklung der reduzierten Einteilchendichtematrix

$$\rho_{i,\mu;j,\nu}(\mathbf{k}, t) = \langle a_{j,\nu,\mathbf{k}}^\dagger(t) a_{i,\mu,\mathbf{k}}(t) \rangle \quad (\text{A.4})$$

vollständig bestimmt.

Dabei ist $V_{i',\mu';j',\nu';j'',\nu'';i'',\mu''}(\mathbf{q})$ das Coulombmatrix Element mit Confinementfunktionen $\zeta_{i,\mu}(z)$ zu den Quantenzahlen i und μ

$$V_{i',\mu';j',\nu';j'',\nu'';i'',\mu''}(\mathbf{q}) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon_0 L^2} \int dz dz' \zeta_{i',\mu'}^*(z) \zeta_{j',\nu'}^*(z') \frac{e^{-q|z-z'|}}{q} \zeta_{j'',\nu''}(z') \zeta_{i'',\mu''}(z). \quad (\text{A.5})$$

Nach [99] sind Coulombmatrixelemente mit $\mu' = \mu''$ und $\nu' = \nu''$ um 1-2 Grössenordnungen grösser als Nichtdiagonalelemente mit $\mu' \neq \mu''$ und $\nu' \neq \nu''$ (Intersubbandstreuung). Daher werden im Folgenden die Nichtdiagonalelemente vernachlässigt.

Die $d_{i,\nu;j,\mu}(\mathbf{r})$ bezeichnen die Dipolmatrixelemente für nichtwechselwirkende Elektronen im periodischen Gitter, für die gilt [14]

$$d_{i,\nu;j,\mu}(\mathbf{r}) = \frac{e\mathbf{r}_{ij}}{V} \int d^3r \zeta_{i,\nu}^*(\mathbf{r}) \zeta_{j,\mu}(\mathbf{r}) + \frac{1}{V} \int d^3r \zeta_{i,\nu}^*(\mathbf{r}) e\mathbf{r} \zeta_{j,\mu}(\mathbf{r}) \delta_{i,j} \quad (\text{A.6})$$

mit der Einhüllende der Wellenfunktion

$$\zeta_{i,\nu}(\mathbf{r}) = \frac{1}{L} \zeta_{i,\nu}(z) e^{ik_x r_x + k_y r_y}. \quad (\text{A.7})$$

Man identifiziert die Einteilchengrößen mikroskopische Polarisierung

$$P_{\nu;\mu}(\mathbf{k}) = \rho_{c,\mu;\nu,\nu}(\mathbf{k}) = \langle a_{\nu,\nu,\mathbf{k}}^\dagger a_{c,\mu,\mathbf{k}} \rangle \quad (\text{A.8})$$

und die intraband Korrelationen

$$n_{e,\mu\mu',\mathbf{k}} = \rho_{c,\mu;\mu',\mu'}(\mathbf{k}), \quad n_{h,\nu\nu',\mathbf{k}} = 1 - \rho_{v,\nu;\nu',\nu'}(\mathbf{k}) \quad (\text{A.9})$$

in der reduzierten Einteilchen Dichtematrix. Die diagonalen Terme der intraband Korrelationen $n_{e,\mu\mu,\mathbf{k}} \equiv n_{e,\mu,\mathbf{k}}$ und $n_{h,\nu\nu,\mathbf{k}} \equiv n_{h,\nu,\mathbf{k}}$ beschreiben die Besetzung der Elektron- und Löchersubbänder μ bzw. ν .

Für $P_{\nu;\mu}$ ergibt sich mit vernachlässigter Intersubbandstreuung

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P_{\nu;\mu} = & -i(\epsilon_{c,\mu,\mathbf{k}} - \epsilon_{v,\nu,\mathbf{k}}) P_{\nu;\mu} \\ & - \frac{i}{\hbar} \sum_{\mu', \mathbf{q} \neq 0} V_{\mu',\mu;\mu,\mu'}(\mathbf{q}) n_{e,\mu\mu',\mathbf{k}-\mathbf{q}} P_{\nu;\mu'}(\mathbf{k}) \\ & + \frac{i}{\hbar} \sum_{\nu', \mathbf{q} \neq 0} V_{\nu,\nu';\nu',\nu}(\mathbf{q}) (1 - n_{h,\nu'\nu,\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \delta_{\nu'\nu}) P_{\nu';\mu}(\mathbf{k}) \\ & + \frac{i}{\hbar} \varepsilon(t) \left[\sum_{\nu'} d_{\mu;\nu'}(\mathbf{k}) (1 - n_{h,\nu\nu',\mathbf{k}}) - \sum_{\mu'} n_{e,\mu'\mu,\mathbf{k}} d_{\mu';\nu}(\mathbf{k}) \right] \\ & - \frac{i}{\hbar} \sum_{\mu', \mathbf{q} \neq 0} V_{\nu,\mu';\mu',\nu}(\mathbf{q}) n_{e,\mu\mu',\mathbf{k}} P_{\nu;\mu'}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \\ & + \frac{i}{\hbar} \sum_{\nu', \mathbf{q} \neq 0} V_{\nu',\mu;\mu,\nu'}(\mathbf{q}) (1 - n_{h,\nu'\nu,\mathbf{k}}) P_{\nu';\mu}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \\ & + \text{corr.} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Die intraband Korrelationen $n_{e,\mu\mu',\mathbf{k}}$ und $n_{h,\nu\nu',\mathbf{k}}$ ergeben

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}n_{e,\mu\mu',\mathbf{k}} = & -i(\epsilon_{c,\mu,\mathbf{k}} - \epsilon_{c,\mu',\mathbf{k}})n_{e,\mu\mu',\mathbf{k}} \\
& - \frac{i}{\hbar} \sum_{\mu'',\mathbf{q} \neq 0} V_{\mu',\mu'';\mu'',\mu'}(\mathbf{q})n_{e,\mu\mu'',\mathbf{k}}n_{e,\mu''\mu',\mathbf{k}-\mathbf{q}} \\
& + \frac{i}{\hbar} \sum_{\mu'',\mathbf{q} \neq 0} V_{\mu'',\mu;\mu,\mu''}(\mathbf{q})n_{e,\mu''\mu',\mathbf{k}}n_{e,\mu\mu'',\mathbf{k}-\mathbf{q}} \\
& - \frac{i}{\hbar}\varepsilon(t) \sum_{\nu'} \left[p_{\nu',\mu,\mathbf{k}}d_{\nu';\mu'}(\mathbf{k}) - d_{\mu;\nu'}(\mathbf{k})p_{\nu',\mu',\mathbf{k}}^* \right] \\
& - \frac{i}{\hbar} \sum_{\nu',\mathbf{q} \neq 0} V_{\mu',\nu';\nu',\mu'}(\mathbf{q})p_{\nu',\mu,\mathbf{k}}p_{\nu',\mu',\mathbf{k}-\mathbf{q}}^* \\
& + \frac{i}{\hbar} \sum_{\nu',\mathbf{q} \neq 0} V_{\nu',\mu;\mu,\nu'}(\mathbf{q})p_{\nu',\mu',\mathbf{k}}^*p_{\nu',\mu,\mathbf{k}-\mathbf{q}}
\end{aligned} \tag{A.11}$$

und

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(1 - n_{h,\nu\nu',\mathbf{k}}) = & -i(\epsilon_{v,\nu,\mathbf{k}} - \epsilon_{v,\nu',\mathbf{k}})(1 - n_{h,\nu\nu',\mathbf{k}}) \\
& - \frac{i}{\hbar} \sum_{\nu'',\mathbf{q} \neq 0} V_{\nu,\nu'';\nu'',\nu}(\mathbf{q})(1 - n_{h,\nu'\nu'',\mathbf{k}})(1 - n_{h,\nu''\nu,\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \delta_{\nu''\nu,\mathbf{k}-\mathbf{q}}) \\
& + \frac{i}{\hbar} \sum_{\nu'',\mathbf{q} \neq 0} V_{\nu'',\nu';\nu',\nu''}(\mathbf{q})(1 - n_{h,\nu'\nu'',\mathbf{k}})(1 - n_{h,\nu'\nu'',\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \delta_{\nu'\nu'',\mathbf{k}-\mathbf{q}}) \\
& - \frac{i}{\hbar}\varepsilon(t) \sum_{\mu'} \left[p_{\nu,\mu',\mathbf{k}}^*d_{\mu';\nu'}(\mathbf{k}) - d_{\nu;\mu'}(\mathbf{k})p_{\nu',\mu',\mathbf{k}} \right] \\
& - \frac{i}{\hbar} \sum_{\mu',\mathbf{q} \neq 0} V_{\nu',\mu';\mu',\nu'}(\mathbf{q})p_{\nu,\mu',\mathbf{k}}^*p_{\nu',\mu',\mathbf{k}-\mathbf{q}} \\
& + \frac{i}{\hbar} \sum_{\mu',\mathbf{q} \neq 0} V_{\mu',\nu;\nu,\mu'}(\mathbf{q})p_{\nu',\mu',\mathbf{k}}p_{\nu,\mu',\mathbf{k}-\mathbf{q}}^*
\end{aligned} \tag{A.12}$$

Vereinfachte Multiband Halbleiterbloch Gleichungen

Zur weiteren Auswertung der obigen Gleichungen (A.10) bis (A.12) können wir noch die Symmetrie der Dipolmatrixelemente nutzen, also $d_{\mu;\nu}(\mathbf{k})$ ist Null für $\mu = \nu$. Unter der Annahme, dass für die Besetzungen $n_{\nu,\nu'} \propto \delta_{\nu,\nu'}$ gilt, die Nichtdiagonalen Besetzungen also vernachlässigbar sind, folgt für die mikroskopische Polarisierung und die Ladungsträgerbesetzungen:

$$i\hbar \frac{d}{dt}p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) = (\varepsilon_{\mu;\mathbf{k}}^e + \varepsilon_{\nu;\mathbf{k}}^h)p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) + (n_{\mu}^e(\mathbf{k}) + n_{\nu}^h(\mathbf{k}) - 1)\Omega_{\nu,\mu,\mathbf{k}} + scatt \tag{A.13}$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} n_\mu^e(\mathbf{k}) = - \sum_{\nu'} [p_{\nu',\mu}^*(\mathbf{k}) \Omega_{\nu',\mu,\mathbf{k}} - p_{\nu',\mu}(\mathbf{k}) \Omega_{\nu',\mu,\mathbf{k}}^*] + scatt \quad (\text{A.14})$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} (1 - n_\nu^h(\mathbf{k})) = + \sum_{\mu'} [p_{\nu,\mu'}^*(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu',\mathbf{k}} - p_{\nu,\mu'}(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu',\mathbf{k}}^*] + scatt \quad (\text{A.15})$$

wobei die Summe über ν' Valenzsubbänder und die über μ' Leitungssubbänder durchläuft. Weiterhin sind

$$\epsilon_{\mu;\mathbf{k}}^e = \epsilon_{\mu;\mathbf{k}}^e - \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}} n_\mu^e(\mathbf{q}) V_{\mu\mu}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \quad (\text{A.16})$$

und

$$\epsilon_{\nu;\mathbf{k}}^h = \epsilon_{\nu;\mathbf{k}}^h - \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}} n_\nu^h(\mathbf{q}) V_{\nu\nu}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \quad (\text{A.17})$$

die renormierten Elektron- und Lochenteilchenenergien, sowie der renormierten Rabienergie

$$\Omega_{\nu,\mu,\mathbf{k}} = E(t) d_{\mu\nu}(\mathbf{k}) + \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}} p_{\nu,\mu}(\mathbf{q}) V_{\nu\mu}(\mathbf{k} - \mathbf{q}). \quad (\text{A.18})$$

Ladungsträgererhaltung

Die Ladungsträgererhaltung verlangt, dass

$$N^e - N^h = const. \quad (\text{A.19})$$

\Rightarrow

$$\begin{aligned} \sum_{\mu,\mathbf{k}} n_\mu^e \mathbf{k} - \sum_{\nu,\mathbf{k}} n_\nu^h \mathbf{k} &= const \\ \sum_{\mu,\mathbf{k}} \frac{d}{dt} n_\mu^e \mathbf{k} - \sum_{\nu,\mathbf{k}} \frac{d}{dt} n_\nu^h \mathbf{k} &= 0 \\ \sum_{\mu,\nu',\mathbf{k}} [p_{\nu',\mu}^*(\mathbf{k}) \Omega_{\nu',\mu,\mathbf{k}} - p_{\nu',\mu}(\mathbf{k}) \Omega_{\nu',\mu,\mathbf{k}}^*] - \sum_{\mu',\nu,\mathbf{k}} [p_{\nu,\mu'}^*(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu',\mathbf{k}} - p_{\nu,\mu'}(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu',\mathbf{k}}^*] &= 0 \end{aligned}$$

Wenn wir nun die Striche an den μ 's und ν 's weglassen bekommen wir

$$\sum_{\mu,\nu,\mathbf{k}} [p_{\nu,\mu}^*(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu,\mathbf{k}} - p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu,\mathbf{k}}^* - p_{\nu,\mu}^*(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu,\mathbf{k}} + p_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) \Omega_{\nu,\mu,\mathbf{k}}^*] = 0. \quad (\text{A.20})$$

Damit ist die Ladungsträgererhaltung gezeigt.

Ladungsträgererhaltung bei Streuung gegen Gleichgewichtsladungsträgerfunktionen

Die zeitunabhängige Anzahl der Ladungsträger in einem zweidimensionalen Quantenfilm-band ist

$$N(t) = \sum_k n_k(t) k dk. \quad (\text{A.21})$$

Die Ladungsträgererhaltung bei Streuprozessen ist erfüllt, wenn der Streuprozess die Anzahl der Ladungsträger über die Zeit nicht ändert

$$N(t_1) = N(t_2). \quad (\text{A.22})$$

Schreiben wir die mikroskopischen Besetzungen als $n_k(t_2) = n_k(t_1) + \Delta n_k$, bekommen wir

$$N(t_2) = \sum_k (n_k(t_1) + \Delta n_k) k dk. \quad (\text{A.23})$$

Die Änderung der mikroskopischen Besetzungen Δn_k rührt von der Streuung gegen Gleichgewichtsladungsträgerfunktionen mittels Streuraten zustande. Daher schreiben wir

$$\Delta n_k = -\gamma (n_k - f_k) \quad (\text{A.24})$$

mit der Streuraten γ und der Gleichgewichtsladungsträgerverteilung $f_k = (\exp(\beta\epsilon_k - \beta\mu) + 1)^{-1}$, und der Bedingung, dass

$$\sum_k f_k(t) k dk = N(t) \quad (\text{A.25})$$

wobei $N(t)$ die zugehörige Nichtgleichgewichtsladungsträgerdichte ist. Daraus folgt

$$N(t_2) = \sum_k (n_k(t_1) - \gamma n_k + \gamma f_k) k dk \quad (\text{A.26})$$

$$= \underbrace{\sum_k n_k(t_1) k dk}_{N(t_1)} - \gamma \underbrace{\sum_k n_k(t_1) k dk}_{N(t_1)} + \gamma \underbrace{\sum_k f_k(t_1) k dk}_{N(t_1)} \quad (\text{A.27})$$

$$N(t_2) = N(t_1) \quad (\text{A.28})$$

für alle Relaxationsraten γ .

B. Bestimmung der Gleichgewichts- ladungsträgerfunktionen

Zentrales Element der Beschreibung von Nichtgleichgewichtseffekten ist die mikroskopische Beschreibung der Ladungsträger und ihre Streuung untereinander. Wie in Kapitel 2 beschrieben, wird die mikroskopische Streuung der Ladungsträger untereinander vereinfachend durch Streuungen gegen thermische Ladungsträgerverteilungen f_k^α auf charakteristischen Streuzeiten γ ersetzt:

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} n^\alpha(k) \right|_{scatt} = -\gamma [n^\alpha(k) - f_k^\alpha(T^\alpha, \mu^\alpha)]. \quad (\text{B.1})$$

Um Ladungsträger- und Energieerhaltung zu gewährleisten, müssen die zu einer Nichtgleichgewichtsladungsträgerverteilung berechneten Gleichgewichtszustände eben jene Energie- und Teilchenzahlerhaltung beinhalten, also beispielsweise

$$\begin{aligned} N_{NGG}^\alpha &= \frac{1}{A} \sum_k n^\alpha(k) k dk \stackrel{!}{=} N_{GG}^\alpha = \frac{1}{A} \sum_k f_k^\alpha(T, \mu) k dk \\ E_{NGG}^\alpha &= \frac{1}{A} \sum_k \epsilon^\alpha n^\alpha(k) k dk \stackrel{!}{=} E_{GG}^\alpha = \frac{1}{A} \sum_k \epsilon^\alpha f_k^\alpha(T, \mu) k dk \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

erfüllen.

Für die numerische Simulation steht man nun vor der Aufgabe, genau diese Gleichgewichtsladungsträgerverteilungen f_k^α zu finden.

Als Beispiel soll hier die Vorgehensweise zur Bestimmung der Fermiverteilung der energie- und teilchenzahlerhaltenden Elektronenintrabandstreuung betrachtet werden, also dem Streuterm

$$-\gamma_{carr-carr}^e [n_\nu^e(k) - f_k^e(T_{carr-carr}^e, \mu_{carr-carr}^e)]. \quad (\text{B.3})$$

Dafür muss zunächst die Gesamtladungsträgerdichte im Elektronensystem

$$N_{NGG}^e = \frac{1}{A} \sum_{k,\nu} n_\nu^e(k) k dk \quad (\text{B.4})$$

und die Gesamtenergie

$$E_{NGG}^e = \frac{1}{A} \sum_{k,\nu} \epsilon_\nu^e n_\nu^e(k) k dk \quad (\text{B.5})$$

aus den mikroskopisch berechneten $n_{k,\nu}^e$ ermittelt werden. Dabei geht ν über alle betrachteten Elektronensubbänder.

Die zu ermittelnde Gleichgewichtsladungsträgerverteilung

$$f_k^e(T_{carr-carr}^e, \mu_{carr-carr}^e) = \left[\exp \left(\frac{1}{k_B T_{carr-carr}^e} (\epsilon^e(k, \nu) - \mu_{carr-carr}^e) \right) + 1 \right]^{-1} \quad (\text{B.6})$$

wird durch die Parameter Temperatur $T_{carr-carr}^e$ und chemisches Potential $\mu_{carr-carr}^e$ eindeutig bestimmt.

Für die Bestimmung dieser Parameter sollte nun zunächst einmal ein Parameterbereich vorgegeben werden, in dem das gesuchte Wertepaar sicher liegt. Gibt man einen zu kleinen Parameterbereich an, so kann man diesen bei Nichterfolg der Suche erweitern und eine erneute Suche beginnen.

Die Ermittlung des Wertepaars $T_{carr-carr}^e$ und $\mu_{carr-carr}^e$ erfolgt nun durch eine bisektionale Suche, also mit logarithmischem Rechenaufwand. Im Detail macht man sich dabei folgende Eigenschaften der Fermifunktionen zunutze:

- Bei festgehaltener Temperatur steigt die Teilchenzahl monoton mit dem chemischen Potential. Ausnahmen dazu existieren nur bei extrem geringen Temperaturen bei stark negativen chemischen Potantialen. Dann steigt die Ladungsträgerdichte nicht an, wenn μ leicht erhöht wird, sondern bleibt konstant Null.
- Bei festgehaltener Ladungsträgerdichte steigt die Gesamtenergie monoton mit steigender Temperatur.

Daraus ergibt sich eine Suchstrategie, bei der zu einer gewählten Testtemperatur T_1 zunächst das chemische Potential μ_1 berechnet wird (unter Verwendung einer bisektionalen Suche), das die Teilchenzahlerhaltung erfüllt, und dann die Gesamtenergie $E_{GG}^e(T_1, \mu_1)$. Vergleicht man diese Gesamtenergie mit der Nichtgleichgewichtsgesamtenergie E_{NGG}^e , so ist $E_{GG}^e(T_1, \mu_1) < E_{NGG}^e$, für $T_1 < T_{carr-carr}^e$ und entsprechend $E_{GG}^e(T_1, \mu_1) > E_{NGG}^e$, für $T_1 > T_{carr-carr}^e$. Diesem Kriterium folgend kann dann T_1 mit einer bisektionalen Suche beliebig nahe an das zu bestimmende $T_{carr-carr}^e$ angenähert werden.

Als Abbruchbedingung haben sich relative Abweichungen von Teilchenzahl und Energie als sinnvoll herausgestellt. Die relative Genauigkeit sollte, um Fehler in der Ladungsträgererhaltung klein zu halten, im Bereich von 10^{-7} sein.

C. Umsetzung als Programm MSBE

Die in den Kapiteln 3.2 und 4 gezeigten Ergebnisse wurden unter Verwendung des Programms **MSBE** (für Maxwell-Semiconductor-Bloch Equations), das die Nichtgleichgewichtstheorie aus Kapitel 2 numerisch auswertet, berechnet. An dieser Stelle sollen die wesentlichen Funktionen und Näherungen des Programms **MSBE** und die Handhabung des Programms vorgestellt werden.

C.1. Programmstruktur

Der Kern des Simulationsprogramms **MSBE** ist die Lösung der Maxwell-Halbleiter-Bloch Gleichungen (vergleiche Kapitel 2), die als gekoppelte Differentialgleichungen mit dem Runge-Kutta (RK) Verfahren ausgehend von physikalischen Anfangsbedingungen im Zeitraum berechnet werden.

Runge-Kutta und rotierendes Bezugssystem

Der verwendete RK-Algorithmus ist fünfter Ordnung in der Zeitschrittweite Δt und erlaubt eine dynamische Anpassung von Δt [100]. Dies ist insofern von Vorteil, als daß damit die ansonsten notwendige manuelle Anpassung der Schrittweite bei veränderten numerischen Parametern wie z.B. dem k -Gitter (siehe unten), wegfällt.

Die Schrittweite muss ausreichend klein sein, um die zeitliche Variation der betrachteten Größe aufzulösen. Angewendet auf die Halbleiter-Bloch Gleichungen sind dies im wesentlichen die Oszillation der Polarisation mit der aus der Übergangsenergie $\varepsilon_{\mu;\mathbf{k}}^e + \varepsilon_{\nu;\mathbf{k}}^h \equiv \varepsilon_{\mathbf{k}}$ folgenden Frequenz $\omega_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}}/\hbar$. Die Übergangsenergie wiederum beinhaltet auch die Bandlückenenergie ϵ_{gap} , die also insbesondere eine „Grundfrequenz“ für die Rotation der Polarisation bedeutet, und damit die notwendige Zeitschrittweite drastisch verkürzt. Um diese Grundfrequenz zu eliminieren, transformiert man die Polarisation und das auf der selben Energieskala liegende Elektrische Feld in ein rotierendes Bezugssystem. Damit gilt für ein mit einer allgemeinen Frequenz $\omega_{rot} = \epsilon_{rot}/\hbar$ rotierendes Bezugssystem

$$\begin{aligned} p_{\nu,\mu}(\mathbf{k})(t) &= e^{-i/\hbar \epsilon_{rot} t} \tilde{p}_{\nu,\mu}(\mathbf{k}(t)) \\ E(t) &= e^{-i/\hbar \epsilon_{rot} t} \tilde{E}(t). \end{aligned} \tag{C.1}$$

Diskretisierung des Wellenvektors und Polarisationsgleichung

Um die Maxwell-Halbleiter-Bloch Gleichungen numerisch zu lösen, muss weiterhin eine diskretisierte Formulierung der Gleichungen erarbeitet werden.

Die betrachteten Systeme werden in den nichtquantisierten Dimensionen als isotrop angenommen. Damit vereinfacht sich die Abhängigkeit von Polarisierungen und Dichten von der Quantenzahl \mathbf{k} zu eine Abhängigkeit vom Betrag von $|\mathbf{k}| = k$. Obacht muss an dieser Stelle bei der Bestimmung der Coulombmatrixelemente walten, da hier die Winkelabhängigkeit von \mathbf{k} explizit berücksichtigt werden muss.

In zweidimensionalen Systemen ersetzt man dann

$$\sum_{\mathbf{k}} \rightarrow \frac{A}{(2\pi)^2} \int_{k_{min}}^{k_{max}} \int_0^{2\pi} k d\phi dk \quad (C.2)$$

und in drei Dimensionen

$$\sum_{\mathbf{k}} \rightarrow \frac{V}{(2\pi)^3} \int_{k_{min}}^{k_{max}} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi k^2 \sin(\theta) d\theta d\phi dk. \quad (C.3)$$

Der Betrag des Wellenvektors wird nun in einem betrachteten Parameterbereich $0 < k_i < k_{max}$ diskretisiert, wobei k_i die i -te Stützstelle des auf N_k Stützstellen diskretisierten k , und k_{max} der größte betrachtete Wellenvektor sind. Mit Δk_i wird das Integrationsgewicht des diskretisierten, i -ten k -Stützpunktes bezeichnet. Die Stützwerte von k beginnen bei $k_{i=1} = \Delta k_1/2$ und enden bei $k_{i=N_k} = k_{max} - \Delta k_{N_k}/2$, typische N_k sind im Bereich von ca. 60-200, typische k_{max} im Bereich von $12-20k_{Bohr}$.

Damit ergibt sich für die mikroskopische Polarisation im mit ω_{rot} rotierenden Bezugssystem

$$i\hbar \frac{d}{dt} \tilde{p}_{\nu,\mu}[k_i] = (\varepsilon_{\mu;k_i}^e + \varepsilon_{\nu;k_i}^h - \epsilon_{rot}) \tilde{p}_{\nu,\mu}[k_i] + (n_\mu^e[k_i] + n_\nu^h[k_i] - 1) \tilde{\Omega}_{\nu,\mu}[k_i] - \frac{1}{\tau_{pol}} \tilde{p}_{\nu,\mu}[k_i] \quad (C.4)$$

mit den Renormierungen

$$\tilde{\Omega}_{\nu,\mu,k_i} = \tilde{E}(t) d_{\mu\nu}[k_i] + \sum_j \tilde{p}_{\nu,\mu}[q_j] V_{\nu\mu}[k_i][q_j] \quad (C.5)$$

und

$$\varepsilon_{\mu;k_i}^\alpha = \epsilon_{\mu;k_i}^\alpha - \sum_j n_\mu^e[q_j] V_{\mu\mu}[k_i][q_j] \quad (C.6)$$

und den bereits diskretisierten Coulombmatrixelementen

$$V_{\nu,\mu}[k_i][q_j] = \frac{e^2}{8\pi^2 \epsilon_0 \epsilon_r} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\epsilon \sqrt{k_i^2 + q_j^2 - 2k_i q_j \cos\phi}} \int \int \zeta_\nu(z_2) \zeta_\mu(z_1) \frac{e^{\sqrt{k_i^2 + q_j^2 - 2k_i q_j \cos\phi} |z_2 - z_1|}}{\sqrt{k_i^2 + q_j^2 - 2k_i q_j \cos\phi}} \zeta_\mu(z_1) \zeta_\nu(z_2) dz_1 dz_2 d\phi q_j \Delta q_j \quad (C.7)$$

in eingeschlossenen, quasizweidimensionalen Systemen mit den Confinementfunktionen $\zeta_\mu(z)$, und

$$V[k_i][q_j] = \frac{e^2}{4\pi^2\epsilon_0\epsilon_r} \int_0^\pi \frac{1}{\epsilon_{k_i^2+q_j^2-2k_iq_j\cos\theta}} \frac{1}{k_i^2+q_j^2-2k_iq_j\cos\theta} \sin(\theta) d\theta q_j^2 \Delta q_j \quad (C.8)$$

in dreidimensionalen Systemen und der Abschirmung $1/\epsilon_q$ (vergleiche Kapitel 2).

Die Winkelintegrationen in den Coulombmatrixelementen werden mit dem Gauß-Tschebyscheff Verfahren durchgeführt, so daß bereits 12 Winkelstützpunkte ausreichen. Außerdem wird nur auf dem Intervall $]0, \pi[$ integriert (und im quasizweidimensionalen Fall mit zwei multipliziert), womit eine Division durch Null im Integranden vermieden wird. Da das Coulombmatrixelement von Integrationsbeiträgen nahe der Singularität bei $|\mathbf{k} - \mathbf{q}| = 0$ stark abhängt, muss die numerische Integration eben diese Beiträge ausreichend berücksichtigen. Um jedoch die Gesamtzahl der k -Stützstellen gering zu halten, teilt man bei der Berechnung der Coulombmatrixelemente das verwendete k -Gitter nochmal in ein feineres auf, und berechnet aus diesem feinen k -Gitter die Coulombmatrixelemente auf dem größeren Gitter. In der Praxis hat sich eine Erhöhung der k -Stützstellen des feinen Gitters gegenüber dem größeren um den Faktor 16 als praktikabel erwiesen.

Bandstruktur und Ladungsträgerbesetzungen

Das Programm verwaltet intern zwei getrennte Bandsysteme, bestehend jeweils aus einer beliebigen Anzahl von Leitungs- und Valenzbändern, für die die Halbleiter-Bloch Gleichungen jeweils separat gelöst werden. Als Berührungspunkt zwischen diesen Bandsystemen existiert nur eine eventuelle optische Kopplung über das emittierte/absorbierte Lichtfeld und über die sogenannte in-Well Ladungsträgerstreuung. Die beiden Bandsysteme sollen hier mit Quantenfilmbandsystem und Barrierebandsystem bezeichnet werden. Ungeachtet der Namenswahl können beide Systeme sowohl aus zwei- als auch dreidimensionalen Bändern bestehen. Innerhalb eines Bandsystems kann jedoch nur eine Dimensionalität realisiert werden.

Für die Zeitentwicklung der Ladungsträgerbesetzungen ergibt sich

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} n_\mu^\alpha[k_i] = & - \sum_{\nu'} \left[\tilde{p}_{\nu',\mu}^*[k_i] \tilde{\Omega}_{\nu',\mu,k_i} - \tilde{p}_{\nu',\mu}[k_i] \tilde{\Omega}_{\nu',\mu,k_i}^* \right] \\ & - \gamma_{carr-carr}^\alpha \left[n_\mu^\alpha[k_i] - f_{k_i}^\alpha(T_{carr-carr}^\alpha, \mu_{carr-carr}^\alpha) \right] \\ & - \gamma_{plasma}^\alpha \left[n_\mu^\alpha[k_i] - f_{k_i}^\alpha(T_{plasma}^\alpha, \mu_{plasma}^\alpha) \right] \\ & - \gamma_{phonon}^\alpha \left[n_\mu^\alpha[k_i] - f_{k_i}^\alpha(T_{lattice}^\alpha, \mu_{phonon}^\alpha) \right] \\ & - \gamma_{in-well}^\alpha \left[n_\mu^\alpha[k_i] - f_{k_i}^\alpha(T_{in-well}^\alpha, \mu_{in-well}^\alpha) \right] \\ & - \frac{1}{\tau_{mon}} n_\mu^\alpha[k_i] - \frac{1}{\tau_{spont}} n_\mu^\alpha[k_i] - \frac{1}{\tau_{Auger}} n_\mu^\alpha[k_i] \end{aligned} \quad (C.9)$$

wobei α sowohl den Bandtyp (e, h) als auch das Bandsystem ($Barr, QW$) beinhaltet und die Fermifunktionen f nach Appendix B und den jeweiligen Energie- und Teilchenzah-

erhaltungen bestimmt werden. Die Verlustterme entsprechen monomolekularen ($\propto \frac{1}{\tau_{mon}}$), spontanen ($\propto \frac{1}{\tau_{spont}}$) und Auger-Verlusten ($\propto \frac{1}{\tau_{Auger}}$).

Energiedissipation an das Gitter - Aufheizeffekte

Die Streuung der Ladungsträger mit den Gitterschwingungen, den Phononen, erfüllt nicht die Erhaltung der Ladungsträgerenergien. Dies muss auch so sein, da ansonsten die durch den Quantendefekt im Ladungsträgersystem verbleibende Energie nicht abgeführt werden könnte, und sich daher kein stationärer Zustand einstellen könnte. Die Gesamtenergie des Systems bleibt aber erhalten, da die vom Ladungsträgersystem abgegebene Energie das Gitter aufheizt. Der Laserkristall wiederum ist mittels eines thermischen Widerstandes R_{th} an eine externe Wärmesenke der Temperatur T_S gekoppelt, die die Überschussenergie (Quantendefekt und Verluste) schlussendlich abführt. Um die an das Gitter abgegebene Energie zu bestimmen, werden die Bewegungsgleichungen der Ladungsträgerbesetzungen im Programm MSBE ein zweites Mal ausgewertet, jedoch ohne die Verlustterme $\gamma_{phonon} [n_\mu^\alpha[k_i] - f_{k_i}^\alpha(T_{lattice}, \mu_{phonon}^\alpha)]$, $\frac{1}{\tau_{mon}} n_\mu^\alpha[k_i]$ und $\frac{1}{\tau_{Auger}} n_\mu^\alpha[k_i]$. Der Vergleich des Energieinhaltes der Ladungsträgerverteilungen mit und ohne Dissipation liefert dann den Energieübertrag ΔE , der an das Gitter gegangen ist.

Der Halbleiterkristall erwärmt sich Aufgrund dieses Energieübertrags entsprechend seiner Wärmekapazität C , und kühlt sich durch die Ankopplung an die Wärmesenke ab. Die Gittertemperaturänderung $\Delta T_{lattice}$ in einem Zeitintervall Δt ergibt sich damit zu

$$\frac{\Delta T_{lattice}}{\Delta t} = C \left(\frac{\Delta E}{\Delta t} - \frac{T_{lattice} - T_S}{R_{th}} \right). \quad (C.10)$$

Resonator

Zur korrekten Beschreibung der Propagationseffekte und der Kopplung von Licht und Materie können im Programm die Resonatormodenfunktionen einer vorgegebenen Dielektrischen Struktur berechnet werden. Dazu zerlegt man das Licht in Ebene Wellen mit ursprünglich positiver (nach rechts) und ursprünglich negativer (nach links) Propagationsrichtung. Diese breiten sich aufgrund der Isotropie innerhalb einer Schicht gleichförmig aus. Trifft nun das Licht auf die Grenzfläche zwischen zwei Schichten, so wird ein Teil der Intensität reflektiert und transmittiert. Für die Modenfunktion mit Wellenvektor \mathbf{q} innerhalb der Schicht mit Index m und der eindimensionalen Position $z_m < z < z_{m+1}$ folgt:

$$u_{\mathbf{q},m} = A_m e^{+iqn_m(z-z_m)} + B_m e^{-iqn_m(z-z_m)} \quad (C.11)$$

wobei der Brechungsindex im Exponent von der reduzierten Lichtgeschwindigkeit im Medium stammt. Nach [29] lassen sich die Koeffizienten A_m und B_m nun aus den Anfangsbedingungen A_0, B_0 mit Hilfe einer Matrixgleichung

$$\begin{pmatrix} A_m \\ B_m \end{pmatrix} = \mathcal{M}_m \begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix}$$

berechnen, wobei

$$\mathcal{M}_m = \frac{1}{T_m^+} \begin{pmatrix} T_m^+ T_m^- - \mathcal{R}_m^+ \mathcal{R}_m^- & \mathcal{R}_m^+ \\ -\mathcal{R}_m^- & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.12})$$

die sogenannte Transfermatrix ist.

Die Transmissionen und Reflexionen an einer Grenzschicht $j+1$, T_{j+1}^\pm und R_{j+1}^\pm berechnen sich aus den entsprechenden Fresnellformeln für s-polarisiertes Licht

$$T_{j+1}^+ = \frac{2n_{j+1}\cos(\theta_{j+1})}{n_{j+1}\cos(\theta_{j+1}) + n_j\cos(\theta_j)} \quad (\text{C.13})$$

$$T_{j+1}^- = \frac{2n_j\cos(\theta_j)}{n_j\cos(\theta_j) + n_{j+1}\cos(\theta_{j+1})} \quad (\text{C.14})$$

$$R_{j+1}^+ = \frac{n_{j+1}\cos(\theta_{j+1}) - n_j\cos(\theta_j)}{n_{j+1}\cos(\theta_{j+1}) + n_j\cos(\theta_j)} \quad (\text{C.15})$$

$$R_{j+1}^- = \frac{n_j\cos(\theta_j) - n_{j+1}\cos(\theta_{j+1})}{n_j\cos(\theta_j) + n_{j+1}\cos(\theta_{j+1})} \quad (\text{C.16})$$

und

$$T_{j+1}^+ = \frac{2n_{j+1}\cos(\theta_{j+1})}{n_j\cos(\theta_{j+1}) + n_{j+1}\cos(\theta_j)} \quad (\text{C.17})$$

$$T_{j+1}^- = \frac{2n_j\cos(\theta_j)}{n_{j+1}\cos(\theta_j) + n_j\cos(\theta_{j+1})} \quad (\text{C.18})$$

$$R_{j+1}^+ = \frac{n_{j+1}\cos(\theta_j) - n_j\cos(\theta_{j+1})}{n_j\cos(\theta_{j+1}) + n_{j+1}\cos(\theta_j)} \quad (\text{C.19})$$

$$R_{j+1}^- = \frac{n_j\cos(\theta_{j+1}) - n_{j+1}\cos(\theta_j)}{n_{j+1}\cos(\theta_j) + n_j\cos(\theta_{j+1})} \quad (\text{C.20})$$

für p-polarisiertes Licht. Dabei ist $\theta_{j+1} = \arcsin(\sin\theta_j n_j/n_{j+1})$. Iterativ ergeben sich dann mit

$$\mathcal{T}_{j+1}^+ = \frac{T_{j+1}^+ \mathcal{T}_j^+ e^{iqn_j\cos(\theta_j)(z_{j+1}-z_j)}}{1 - R_{j+1}^- \mathcal{R}_j^+ e^{iq2n_j\cos(\theta_j)(z_{j+1}-z_j)}} \quad (\text{C.21})$$

$$\mathcal{T}_{j+1}^- = \frac{T_j^- T_{j+1}^- e^{iqn_j\cos(\theta_j)(z_{j+1}-z_j)}}{1 - R_{j+1}^- \mathcal{R}_j^+ e^{iq2n_j\cos(\theta_j)(z_{j+1}-z_j)}} \quad (\text{C.22})$$

$$\mathcal{R}_{j+1}^+ = R_{j+1}^+ + \frac{T_{j+1}^+ \mathcal{R}_j^+ T_{j+1}^- e^{iq2n_j\cos(\theta_j)(z_{j+1}-z_j)}}{1 - R_{j+1}^- \mathcal{R}_j^+ e^{iq2n_j\cos(\theta_j)(z_{j+1}-z_j)}} \quad (\text{C.23})$$

$$\mathcal{R}_{j+1}^- = \mathcal{R}_j^- + \frac{T_j^- R_{j+1}^- \mathcal{T}_j^+ e^{iq2n_j\cos(\theta_j)(z_{j+1}-z_j)}}{1 - R_{j+1}^- \mathcal{R}_j^+ e^{iq2n_j\cos(\theta_j)(z_{j+1}-z_j)}} \quad (\text{C.24})$$

die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten durch ein Paket von m Grenzschichten, die in Gl.(C.12) Verwendung finden.

Um die Modenfunktionen nach Ansatz (C.11) bestimmen zu können, müssen noch Anfangsbedingungen für die Matrixgleichung (C.12) angenommen werden. Nach links propagierendes Licht muss

$$\begin{pmatrix} A_0 = 0 \\ B_0 = \mathcal{T}_m^+ \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} A_m = \mathcal{R}_m^+ \\ B_m = 1 \end{pmatrix}$$

und nach rechts propagierendes Licht

$$\begin{pmatrix} A_0 = 1 \\ B_0 = \mathcal{R}_m^- \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} A_m = \mathcal{T}_m^- \\ B_m = 0 \end{pmatrix}$$

erfüllen. Diesem Ansatz zufolge ergibt sich eine Vakuumamplitude der Modenfunktionen von eins, die Lichtintensität ist also in diesem Fall im Vakuum auf 1/2 normiert.

Im Programm werden zwei Sätze von Modenfunktionen berechnet - einer für die Entwicklung des Pumplichtes und einer für die Modenentwicklung des emittierten elektrischen Feldes. Dies ist insofern sinnvoll, als die optische Anregung i.a. nicht senkrecht zur Quantenfilmebene ist wie die Laseremission, sondern unter einem Winkel zur Senkrechten stattfindet. Auch unterschiedliche Resonatoren, die die verschiedenen Lichtfelder „sehen“, z.B. beim VECSEL, können damit realisiert werden. Gerade in Hinsicht auf die Entwicklung des Pumppulses und des internen Laserfeldes können auch durchaus unterschiedliche Energiebereiche und eine unterschiedliche Anzahl von optischen Moden sinnvoll sein.

Die Temperaturabhängigkeit der Modenfunktionen, verursacht durch die Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes der dielektrischen Struktur, kann im Programm auf zwei grundsätzlich unterschiedliche Weisen berücksichtigt werden. Physikalisch korrekt ist die Umsetzung der Temperaturabhängigkeit von $n(z, T)$, hat aber zur Folge, daß bei jeder signifikanten Resonatortemperaturveränderung die Transfermatrixmethode zur Berechnung der Modenfunktionen neu ausgeführt werden muss. Dies ist i.a. numerisch zu aufwändig. Im Programm ist diese Möglichkeit mit einer linearen Temperaturabhängigkeit von n implementiert, kann aber nur per Compiler-Switch ausgewählt werden (ist also keine Standardoption des Programms). Numerisch sehr viel schneller ist, die Temperaturabhängigkeit der Modenfunktionen an sich zu vernachlässigen, und nur das aus den Modenfunktionen berechnete optische Confinement Γ temperaturabhängig zu beschreiben. Dieser Weg ist der standardmäßig vorgesehene. Die Verschiebung erfolgt dann mit einer linear von der Temperatur abhängigen Wellenlängenverschiebung.

Optisches Pumpen und Entwicklung nach Resonatormoden

Das optische Pumpen kann im Programm durch Dauerstrichanregung (cw), Rechteckpulse, Gaußpulse mit oder ohne Chirp (bis zur 4. Ordnung) oder komplett frei durch Eingabe eines Entwicklungsspektrums des gewünschten Pulses erfolgen.

Wird cw oder Rechteckpuls als Pulsformen gewählt, so wird von einer monomodalen Anregung ausgegangen. Soll weiterhin der Resonator berücksichtigt werden, so wird die

Anregung mit der der Anregungsenergie entsprechenden Modenfunktion an der Quantenfilmposition gewichtet. Das Anschlagverhalten (und im Fall von Rechteckpulsen auch das Abschaltverhalten) wird durch ein weiches Hochfahren der Amplitude der Anregung simuliert. Die dafür genutzte Funktion ähnelt einer Fermiverteilung mit einer Aufweichzone analog zur Temperaturaufweichung einer Fermiverteilung.

Gaußpulse der Amplitude E_0 und Breite $fwhm$ werden entsprechend der Vakuummodenfunktionen - angenommen als ebene Wellen - entwickelt. Die Entwicklungskoeffizienten lauten dann

$$\varepsilon_i = \exp \left(i\Phi_0 - \frac{fwhm^2}{8 \ln 2} (\Phi_1 - \omega_{q_i})^2 - i\Phi_2 (\Phi_1 - \omega_{q_i})^2 - i\Phi_3 (\Phi_1 - \omega_{q_i})^3 - i\Phi_4 (\Phi_1 - \omega_{q_i})^4 \right), \quad (C.25)$$

wobei die Φ_j die Phase ($j = 0$), die Zentralfrequenz ($j = 1$) und den Chirp ($j = 3 - 5$) beinhalten. Das Elektrische Feld an der Quantenfilmposition z_{QW} ist dann

$$E_{QW}^{gauss}(t) = E_0 \frac{fwhm}{2\sqrt{2\pi \ln 2}} \sum_i \varepsilon_i u_{q_i}(z_{QW}) \exp(-i(\omega_{q_i} t)) \Delta q_i. \quad (C.26)$$

Damit sind Propagationseffekte innerhalb der dielektrischen Struktur korrekt berücksichtigt.

Man kann die optische Anregung auch durch einen Satz von Entwicklungskoeffizienten beschreiben, analog zu denen, die bei der Entwicklung beispielweise eines Gaußpulses nach den Resonatormoden (siehe oben) entstehen. Damit sind prinzipiell beliebige Pulsformen realisierbar. Die zur Berechnung des Pumpfeldes notwendigen Modenfunktionen an der Quantenfilmposition können dann entweder aus der eingebauten Transfermatrixberechnung einer dielektrischen Struktur stammen, oder von außen als Datei vorgegeben werden.

Alternativ können Vakuummodenfunktionen - also ebene Wellen - als Grundlage der Modenentwicklung herangezogen werden. Dann ergeben sich natürlich keine Propagationseffekte.

Generationsratenmodell

Aus den Halbleiter-Bloch Gleichungen folgt, daß Dichteerzeugung erst über den Umweg kohärenter Polarisation möglich gemacht wird. Im numerischen Sinne bedeutet dies, daß die verbleibende Rotation der Polarisation im rotierenden Bezugssystem die größtmöglichen Zeitschrittweiten bestimmt. Die Zeitentwicklung der Dichte hingegen variiert auf sehr viel längeren Zeitskalen, und ist daher nicht kritisch.

Durch adiabatische Eliminierung der Polarisation in der Dichteerzeugung kann man unter Dauerstrichanregungsbedingungen diese durch das optische Pumpen verursachte Rotation der Polarisation vermeiden. Durch Rückkopplung an die Maxwell Gleichung bleibt jedoch die Rotation der Polarisation mit der Laserfrequenz (minus der Frequenz des rotierenden Bezugssystems) übrig.

Das implementierte Generationsratenmodell liefert einen weiteren Term in den Ladungsträgerdichtegleichungen

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} n_\nu^\alpha[k_i] \right|_{\text{generate}} = - \sum_\mu \frac{(d_{\nu\mu}[k_i]E(t))^2}{2\hbar^2} \frac{\gamma}{\gamma^2 + \omega_{\nu\mu,k_i}^2} (n_\mu[k_i] + n_\nu[k_i] - 1) \quad (\text{C.27})$$

wobei die Summe über Löcherbänder geht, wenn $\alpha = e$ und über Elektronenbänder für $\alpha = h$ (sei somit α' das Gegenteil von α), und

$$\omega_{\nu\mu,k_i} = (\epsilon_{\mu;\mathbf{k}}^\alpha - \epsilon_{\nu;\mathbf{k}}^{\alpha'} - \epsilon_{\text{rot}})/\hbar \quad (\text{C.28})$$

sowie der Linienbreite γ des Pumplichtes.

Selbstkonsistentes Laserfeld an der Quantenfilmposition

Analog zur Diskretisierung der Halbleiter-Bloch Gleichungen muß die Maxwell Gleichung zur Beschreibung des elektrischen Feldes in eine diskretisierte Form gebracht werden. Im Programm werden folgende Möglichkeiten der Einbindung des internen elektrischen Feldes geboten:

- keine Rückkopplung der Polarisation an das elektrische Feld
- monomodales Lichtfeld: der Gleichung (2.37) folgend wird das Lichtfeld in monomodaler Näherung beschrieben, wobei der Resonator durch die Parameter γ und Γ beschrieben werden.
- multimodales Lichtfeld: ausgehend von Gleichung (2.41) wird das Lichtfeld in den Resonatormoden entwickelt.

Mit der Polarisation im rotierenden Bezugssystem ist dann das monomodale Lichtfeld

$$\frac{d}{dt}\epsilon(t) = -\gamma_{\text{res}}\epsilon(t) + \frac{i\omega_g^2}{\pi\epsilon_0\omega_{\text{laser}}d_{QW}} e^{i(\omega_{\text{laser}} - \omega_{\text{rot}})t} \sum_{\nu,\mu,j} \Gamma_{\nu\mu} d_{\nu,\mu}(k_j) \tilde{p}_{\nu\mu}[k_j] k_j \Delta k_j. \quad (\text{C.29})$$

Im multimodalen Fall mit diskretisiertem Frequenzbereich folgt

$$\frac{\partial}{\partial t}\epsilon_{q_i}(t) = \frac{i\omega_g^2}{\pi\epsilon_0\omega_q d_{QW}} e^{i(\omega_q - \omega_{\text{rot}})t} \sum_{\nu,\mu,j} \Gamma_{\nu\mu,q_i} d_{\nu,\mu}(k_j) \tilde{p}_{\nu\mu}[k_j] k_j \Delta k_j. \quad (\text{C.30})$$

Beide Beschriebenen Fälle sind für ein zweidimensionales aktives Material. Bei dreidimensionalen Materialien wird das Integrationsgewicht entsprechend abgeändert.

Mehrfachquantenfilmstrukturen

Durch die Transfermatrixmethode kennen wir die Modenstärke in Abhängigkeit von q an den Quantenfilmpositionen. Der Überlapp des elektrischen Feldes mit den in den QWs confineten Ladungsträgern berechnet sich im Multimodenfall nach (2.42) zu

$$\Gamma_{\nu\mu\mathbf{q}} = \int dz \xi_\mu(z) \xi_\nu^*(z) u_q^*(z). \quad (\text{C.31})$$

Aus der Herleitung zur Maxwell Gleichung folgt dies aus

$$\frac{\partial}{\partial t} \epsilon_q(t) = \frac{i\omega_g^2}{\varepsilon_0 \omega_q d_{QW} A} e^{i(\omega_q - \omega_{rot})t} \int \sum_{\nu, \mu, \mathbf{k}} \xi_\mu(z) \xi_\nu^*(z) u_q^*(z) d_{\nu, \mu}(\mathbf{k}) \tilde{p}_{\nu\mu}(\mathbf{k}) dz. \quad (\text{C.32})$$

und der dortigen Identifizierung von Γ . Dafür ist jedoch implizit angenommen worden, daß die mikroskopische Polarisation ortsunabhängig ist. Insbesondere bei Mehrfachquantenfilmstrukturen ist dies aber nicht der Fall.

Nimmt man aber an, dass die verschiedenen Quantenfilme gleich sind, und damit auch der Ladungsträgereinschluss, und ferner an, dass die Confinementfunktionen bereits für kleine Abweichungen von der QW Position schnell abfallen, dann kann man Gleichung (C.32) umschreiben in

$$\frac{\partial}{\partial t} \epsilon_q(t) = \frac{i\omega_g^2}{\varepsilon_0 \omega_q d_{QW} A} e^{i(\omega_q - \omega_{rot})t} \sum_{\nu, \mu, \mathbf{k}, j} \Gamma_{\nu, \mu, q}^j d_{\nu, \mu}(\mathbf{k}) \tilde{p}_{\nu\mu}^j(\mathbf{k}). \quad (\text{C.33})$$

Hierbei ist

$$\Gamma_{\nu, \mu, q}^j = \int_{L_j} \xi_\mu(z) \xi_\nu^*(z) u_q^{*,j} dz, \quad (\text{C.34})$$

der Überlapp und $p_{\mathbf{k}}^j(t)$ die mikroskopische Polarisation am j -ten Quantenfilm. Die $u_q^{*,j}$ stellen die auf der Längenskala der Quantenfilmdicke L_j nahezu konstanten Amplituden der Lichtfeldmode q am Quantenfilm j dar. Daraus ergibt sich

$$\frac{\partial}{\partial t} \epsilon_q(t) = \frac{i\omega_g^2}{\varepsilon_0 \omega_q d_{QW} A} e^{i(\omega_q - \omega_{rot})t} \sum_{\nu, \mu, \mathbf{k}, j} \int_{L_j} \xi_\mu(z) \xi_\nu^*(z) u_q^{*,j} d_{\nu, \mu}(\mathbf{k}) \tilde{p}_{\nu\mu}^j(\mathbf{k}) dz, \quad (\text{C.35})$$

was man mit $L_j = d_{QW} \forall j$ zu

$$\frac{\partial}{\partial t} \epsilon_q(t) = \frac{i\omega_g^2}{\varepsilon_0 \omega_q d_{QW} A} e^{i(\omega_q - \omega_{rot})t} \sum_{\nu, \mu, \mathbf{k}} \int_{d_{QW}} \xi_\mu(z) \xi_\nu^*(z) d_{\nu, \mu}(\mathbf{k}) \left(\sum_j u_q^{*,j} \tilde{p}_{\nu\mu}^j(\mathbf{k}) \right) dz \quad (\text{C.36})$$

umschreiben kann. Für die korrekte Berechnung des Laserlichtquellterms ist nun die Phasenlage zwischen Quantenfilmpolarisation und optischer Mode von grosser Bedeutung. Da im Programm aber die verschiedenen Quantenfilme und deren Polarisation nicht explizit

berücksichtigt werden, sondern nur die Antwort eines Quantenfilms auf eine äussere Anregung berechnet werden soll, werden im Programm die quantenfilmabhängigen mikroskopischen Polarisationen durch die mikr. Polarisation des ersten (einzigen explizit betrachteten) Quantenfilms ersetzt, und damit explizit die Phasenlage der unterschiedlichen Polarisationen in den verschiedenen Quantenfilmen ignoriert. Dies ist dadurch gerechtfertigt, dass die Polarisationen im Laserbetrieb immer so anschwingen, dass sich eine Verstärkung ergibt. Die Phasenverschiebung zwischen den Polarisationen der verschiedenen Quantenfilme entspricht also genau derjenigen der Lasermode. Es ist also nur der Betrag der Lasermode an der Stelle der weiteren Quantenfilme relevant. Daher wird Gleichung (C.36) durch

$$\frac{\partial}{\partial t}\epsilon_q(t) = \frac{i\omega_g^2}{\varepsilon_0\omega_q d_{QW}A} e^{i(\omega_q - \omega_{rot})t} \sum_{\nu,\mu,\mathbf{k}} d_{\nu,\mu}(\mathbf{k}) \tilde{p}_{\nu\mu}^1(\mathbf{k}) \int_{d_{QW}} \xi_\mu(z) \xi_\nu^*(z) \left(\sum_j |u_q^{*,j}| \right) \frac{u_q^{*,1}}{|u_q^{*,1}|} dz \quad (\text{C.37})$$

ersetzt.

C.2. Ablaufdiagramm

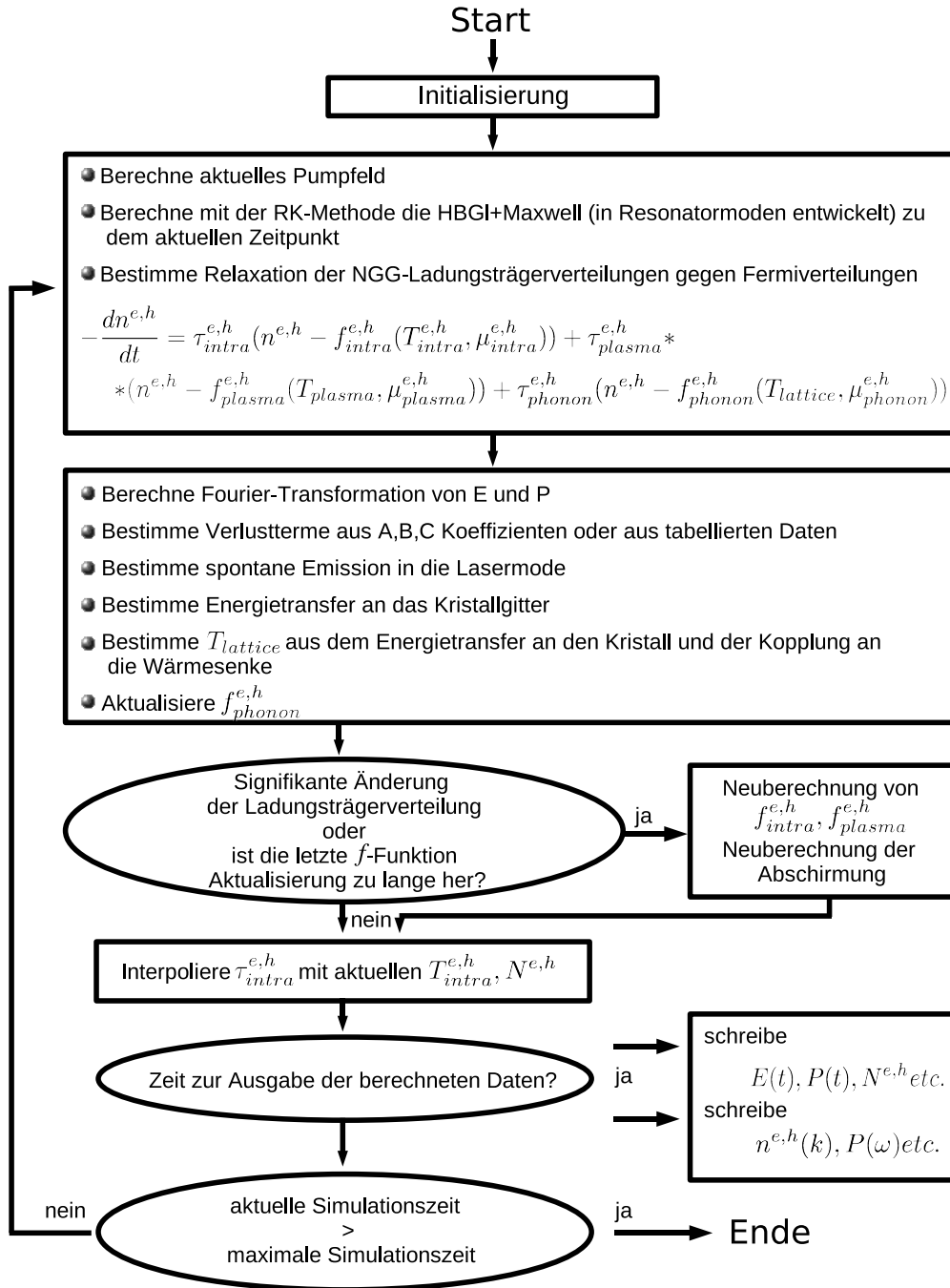


Abbildung C.1.: Ablaufdiagramm des MSBE Programms

C.3. Start MSBE.exe

Um das Programm MSBE zu benutzen, muß man eine Eingabedatei anlegen, die alle notwendigen Eingabeparameter und den Pfad der optionalen Datendateien enthält. Wenn die Eingabedatei vorhanden ist (zur Struktur der Eingabedatei siehe Abschnitt C.4), kann man das Programm in der Konsole mit

```
./ MSBE input.ini
```

starten, wobei “input.ini“ die einzulesende Eingabedatei ist. Als optionalen Parameter kann man nach dem Dateinamen der Eingabedatei noch eine natürliche Zahl angeben, die dann als Anzahl der zur Verfügung stehenden Prozessorkerne gewertet wird. Das Programm wird dann entsprechend dieser Angabe parallelisiert.

C.4. Input.ini

Allgemeines

Die Eingaben in der Eingabedatei werden in einer festgelegten Reihenfolge erwartet. Zur besseren Übersichtlichkeit sind die Parametereingaben in thematischen Blöcken angeordnet, die aus mehreren Eingabezeilen bestehen können wobei einzelne Zeilen gegebenenfalls auch mehr als einen numerischen oder logischen Wert beinhalten können.

Es gibt vier verschiedene Arten von Eingaben:

- Numerische Werte entweder als natürliche oder reelle Zahl
- Boolesche Ausdrücke (true oder false)
- Geschützte Schlüsselwörter wie “gauss“ oder “cw“ zur Festlegung spezieller Programmfunktionen (in diesem Fall die Festlegung, ob die Anregung ein gaußförmiger Puls oder eine kontinuierliche Dauerstrichanregung sein soll)
- Zeichenketten, die die Dateinamen externer Dateien enthalten

Geschützte Schlüsselwörter

Zur Auswahl einiger Programmfunktionen werden folgende geschützte Schlüsselwörter verwendet:

- “gauss“, “sqr“ und “cw“ : bestimmt die Art der Pumpenanregung als Gaußpuls, Rechteck- oder Dauerstrichanregung.
- “QW“ und “Bulk“ sowie “Barrier2D“ und “Barrier“ : legt das Bandsystem und die Dimensionalität des beschriebenen Bandes fest (“QW“ = 2D, “Bulk“ = 3D, beides Quantenfilmsystem; sowie “Barrier2D“ = 2D, “Barrier“ = 3D, Barrierensystem)

- “el“, “lh“ und “hh“ : nur für Confinementfunktionen in 2D wichtig und gibt an, ob das betrachtete Band Elektronen (“el“), leichte Löcher (“lh“) oder schwere Löcher (“hh“) repräsentiert
- “lindhardt“, “plasmon“, “none“ : verwendete Abschirmung entweder nach Lindhardt, in der Plasmonenpolnäherung oder keine
- “modes“ und “n-index“ : entscheidet, ob der folgende Dateiname Moden oder Modenkoeffizienten enthält, oder ob in der angegebenen Datei eine Brechungsindexprofil einer dielektrischen Struktur zu finden ist
- “file“ und “param“ : bestimmt ob eine nachfolgende Eingabe als externe Datei oder als Parameter(-satz) interpretiert wird
- “vacuum“ : schaltet die Transfermatrixberechnung aus, und setzt als optische Modenebene Wellen an
- “vars“ : benutzt die Varshni-Gleichung zur Berechnung der thermischen Verschiebung der fundamentalen Bandkante

Externe Dateien

Einige Parameter der Simulation können aus einer externen Datei eingelesen werden. In diesen Fällen beinhaltet der zugehörige Eingabeblock meistens die Möglichkeit der Wahl zwischen den Schlüsselwörtern “param“ und “file“. Dabei steht “param“ für die Möglichkeit, eben jene gewünschten Eingabeparameter durch die dann nachfolgenden Parameter anzugeben. Als Beispiel sei hier die Eingabe einer parabolischen Dispersionsrelation für ein Quantenfilmband gezeigt:

```
: param 0.067 0.100 QW el //
```

Dabei wird nach dem Schlüsselwort “param“ eine effektive Masse in Vielfachen der Elektronenruhemasse (hier 0.067) sowie ein Energieoffset (hier 0.100) bezüglich der (an anderer Stelle definierten) fundamentalen Bandkante erwartet. Die darauf folgenden Parameter stehen nicht in einem direkten Zusammenhang mit der Dispersionsrelation des Bandes, und sind daher auch im folgenden Beispiel der Eingabe aus einer Datei namens “band.src“ zu finden (die Erklärung dazu findet sich im Block „Bandstruktur und Relaxation“):

```
: file band.src 2 QW el //
```

Der Parameter nach dem Dateinamen wird in diesem Beispiel als die Spalte der Datei interpretiert, in der die gewünschte Information zu finden ist.

Beispiel für eine Eingabedatei

Wie bereits angesprochen, beinhaltet die Eingabedatei alle Informationen, die nötig sind, um die Simulation ausführen zu können. Sie ist damit die wesentliche Schnittstelle zwischen Anwender und Programm. Daher soll die genaue Struktur dieser Eingabe anhand eines Beispiels vorgestellt werden. Generell beginnen alle Zeilen, die relevante Eingaben enthalten sollen mit einem ":" und enden mit "//". Nur dazwischenliegende Zeichen werden vom Eingabeparser interpretiert, der Rest wird ignoriert. Kommentare kann man einfach durch "//" einleiten, womit verhindert wird, dass durch ein versehentliches Verwenden von ":" der Parser durcheinandergebracht wird.

In der Beispieldatei sind Kommentare zu den Eingabeblocks angefügt, in denen die Eingaben erklärt und auf Alternativen hingewiesen wird. Dabei bedeutet " " ein Schlüsselwort und ' ' einen Parameter.

```
// start all comments with '//', data with ':', use spacer ' ' to separate more
// than one paramter if neccessary

// EXCITATION
: gauss // "gauss", "sqr", "cw" or "file": 'name',
// 'moede_re', 'modes_im' to toggle between the
// different pulsshapes of the pump pulse or load
// expansion coefficients from file
: 0 1.33 0 0 0 // w-parameter fuer pump-puls (5 parameter); energy
// of the pump pulse in eV, egap will be subtracted
// automatically
: 1e6 110 500 2000 // 'amplitude'[V/m] 'fwhm'[fs] 't0'[fs] 't cutoff'[fs]

// probe pulse
: 0 5e-3 0 0 0 // w-parameter fuer probe-puls (5 parameter)
: 0e2 10 100 2000 // 'amplitude'[V/m] 'fwhm'[fs] 't0'[fs] 't cutoff'[fs]

: 100 // 'delay'[fs] between pump and probe
: false 10000 // freeze dynamic after 'time'[fs]

// generation rate model (always cw!)
: false // switch whether to use gen.rate model
: 1.33 300 1e6 // 'energy'[eV] of the pump, 'lorenzian width'[fs]
// of the gen.pump, 'amplitude'[V/m] to gen.pump

// RESONATOR
// laser cavity - excitation
: n-index cav.dat 1 2 // "vacuum", "n-index": 'name', 'row_n', 'row_dz' or
// "modes": 'name', 'row_m_re', 'row_m_im', 'row_p_re',
```

```

// 'row_p_im'

// q-grid pump-probe
: 1.27 1.36 1000 // "param": 'qmin'[eV], 'qmax'[eV], '#qpoints' or
// "file": 'name', 'row', '#qpoints'

// angle of incident
: 0 // 'angle'[rad] of incident

// laser cavity
: param 1.58e-3 4.13e10 // "parameter"(only with single mode):
// 'opt.mode conf.fac.', 'cavity linewidth'[1/s] or
// "n-index": 'name', 'row_n', 'row_dz' or "modes":
// 'name', 'row_m_re', 'row_m_im', 'row_p_re', 'row_p_im'

// q-grid E-multi - angle is always 0 degree
: single 1.186 // "param": 'qmin'[eV], 'qmax'[eV], '#qpoints' or
// "file": 'name', 'row', '#qpoints' or
// "single": 'energy'[eV]

: true // switch whether backcoupling to the polarization is
// allowed or not

: true // switch whether min E-field(PL) is applied

// BANDSTRUCTURE and RELAXATION
// conduction bands - define conduction band system

: 2 // '#conduction subbands'
: file xfk_1_red.dat 2 QW el // write "file" and 'filename' and 'row' of the data
// if you want to read band from file, write "param"
// and value of 'effective mass'[m0] and 'offset'[eV]
// to the first subband if you want to use effective
// mass switch whether the band is 2D "QW" or 3D "Bulk"
: param 0.067 0.168 Barrier el // write "file" and 'filename' and 'row' of the data
// if you want to read band from file, write "param"
// and value of 'effective mass'[m0] and 'offset'[eV]
// to the first subband if you want to use effective
// mass switch whether the band is 2D "QW" or 3D "Bulk"

: param 300 // QW-Subsystem: write "file" and 'filename' if you
// want to use relaxation rates tabulated or write
// "param" and 'value'[fs] if you want to use a
// certain numerical value

```

```

: param 300                // Barrier-Subsystem: write "file" and 'filename' if
                           // you want to use relaxation rates tabulated or write
                           // "param "and 'value'[fs] if you want to use a
                           // certain numerical value

// valence bands - define valence band system

: 3                        // '#valence subbands'
: file xfk_0_red.dat 2 QW hh // write "file" and 'filename' and 'row' of the data
                           // if you want to read band from file, write "param"
                           // and value of 'effective mass' and 'offset' to the
                           // first subband if you want to use effective mass
                           // switch whether the band is 2D "QW" or 3D "Bulk"
    // "hh" for heavy hole symmetry, "lh" for light hole
    // symmetry
: file xfk_0_red.dat 3 QW lh // write "file" and 'filename' and 'row' of the data
                           // if you want to read band from file, write "param"
                           // and value of 'effective mass' and 'offset' to the
                           // first subband if you want to use effective mass
                           // switch whether the band is 2D "QW" or 3D "Bulk"
                           // "hh" for heavy hole symmetry, "lh" for light hole
                           // symmetry
: param -0.5 -0.126 Barrier hh // write "file" and 'filename' and 'row' of the data
                           // if you want to read band from file, write "param"
                           // and value of 'effective mass'[m0] and 'offset'[eV]
                           // to the first subband if you want to use effective
                           // mass switch whether the band is 2D "QW" or 3D "Bulk"

: file h_1330meV_mod.rel   // QW-Subsystem: write "file" and 'filename' if you
                           // want to use relaxation rates tabulated or write
                           // "param "and 'value'[fs] if you want to use a
                           // certain numerical value

: param 200                // Barrier-Subsystem: write "file" and 'filename' if
                           // you want to use relaxation rates tabulated or write
                           // "param "and 'value'[fs] if you want to use a
                           // certain numerical value

// misc relaxation

: false 10e-12             // calculate fermiupdate in everystep; if not give
                           // maximal 'time'[s] between two fermicalculations

: true                     // switch on or off the plasma relaxation

```

```

: 1000                // 'dephasing time'[fs] of the plasma

: 1000                // 'dephasing time'[fs] of the phonon coupling

: 5000                // 'inwell capture time'[fs] for electrons
: 5000                // 'inwell capture time'[fs] for holes

// bandgap
: 1.32                // 'bandgap'[eV] - if you use bandstructure from
                    // file, this value is obsolete, but the
                    // extracted value from the file will be used

// initialization of the bands - give an initial fermi distribution of carriers
// into the bands
: param 300 5e15      // use "param" to set 'temperature'[K] and
                    // 'Density'[1/m^2] of initial fermi distribution
                    // write "file" and in the NEXT rows a 'filename'
                    // and 'row' of initializing data for EVERY band
                    // (2C-band+3V-Bands=5Bands=5rows with filenames)

// EXAMPLE:
//: file              // EXPAMLE
//: iniOcc.dat 3      // c1 occupation
//: iniOcc.dat 5      // c2 occupation
//: iniOcc.dat 7      // v1 occupation
//: iniOcc.dat 9      // v2 occupation
//: iniOcc.dat 11     // v3 occupation

: 300                // temperature of the initial phonon coupling
                    // distribution (lattice temperature)[K]

// LOSSES
// QW-loss
: file 1e7 Spont.rel Auger.rel // switch "false" for no losses, "param" for 'A',
                    // 'B','C' losses or "file": 'A','filename_PL',
                    // 'filename_Auger'
: 0.001              // fraction of PL-losses into Lasermode

// Barrier-loss
: param 1e7 9.25e-8 5.144e-26 // switch "false" for no losses, "param" for 'A',
                    // 'B','C' losses or "file": 'A','filename_PL',
                    // 'filename_Auger'

```

```
// DIPOLMATRIXELEMENT
: file civ1.dat 2          // civ1 dipole matrix elements from "file" -
                           // 'file name' and 'row'
: file civ2.dat 2          // civ2 dipole matrix elements from "file" -
                           // 'file name' and 'row'
: param 0.0               // civ3 dipole matrix elements from "param"
                           // and 'value'[eA]
: param 0.0               // c2v1 dipole matrix elements from "param"
                           // and 'value'[eA]
: param 0.0               // c2v2 dipole matrix elements from "param"
                           // and 'value'[eA]
: param 5.0               // c2v3 dipole matrix elements from "param"
                           // and 'value'[eA]

// POLARIZATION

: file pol_deph.rel        // switch "param", 'time'[fs] or "file",'filename'
                           // for the dephasing of the QW-polarization
: param 90                 // switch "param", 'time'[fs] or "file",'filename'
                           // for the dephasing of the Barrier-polarization

// STRUCTURE

: 8.2e-9 1.233e-8 12.9     // QW 'width'[m], 'exciton_bohrradius_QW'[m],
                           // 'relative permeability'
: 61.063e-9                // Barrier 'width'[m] - use value '1' if real 3D
                           // treatment is requested
: 14                       // 'Number' of QuantumWells

// therm conductivity parameters
: 0.326 5.320 1e-8 20 300 // 'spec.heat capacity'[J/(g*K)], 'density'[g*cm^-3]
                           // 'width'[m] of the active region,
                           // 'therm.resistance'[K/W], 'T heatsink'[K]

// thermal bandgap shift(Varshni)
: vars 1.5192 5.405e-4 204.0 // "vars", 'EO'[eV], 'alpha', 'beta' for
                           // gap-shift with varshni's equation or "param",
                           // 'shift'[nm/K], 'referenceT'[K] for empirical shift

// thermal shift of resonator
: 0.1 290                  // 'shift'[nm/K], 'referenceT'[K]

// COULOMB
```

C. Umsetzung als Programm MSBE

```
: true                                // switch whether the coulomb interaction is switched
                                      // on or off

// screening
: plasmon 4                          // determines the type of screening: "lindhardt",
                                      // "plasmon": 'numerical constant' C, "none"
: 5e-8 1e-7 100000                   // set the 'density difference' which has to be made
                                      // until a new calculation of screening and
                                      // relaxation is performed; second value is the
                                      // actualization 'value' after 'third value'[fs] of
                                      // time has passed

// NUMERICAL PARAMETERS

: 1e6 1e-14                          // 'numerical accuracy' (the higher, the better the
                                      // accuracy) and 'minimal stepsize' for RK
: true 5e-14                         // adaptive step size or not and if not, the
                                      // 'fixed stepsize' in s
: 0.0                                // value of the 'rotating frame - E_gap'[eV]
: false                              // switches between interpolation of chem.pot.
                                      // between two fermisearches or not
: true                               // switches adjustment of the densities after rk step
: false 30000 0.05 5.0               // temperature prognose, 'equilibrium time'[fs],
                                      // 'fraction-value', 'maximal step'[K]

//K-GRID and FT

// k-grid
: file civ1.dat 1 1 true 75          // from "file" , 'filename', 'row k' , 'row dk',
                                      // calculate dk from k values yes/no and '#kpoints'
                                      // alternatively use :
//: param 20 100                     // use aequidistant grid with 'k_max'[kBohr], '#k'

// fourier transformation
: false                             // ft only for probe pulse or not (then ft is
                                      // performed over the full time, and pol is resetted)

// q-grid                            // grid for fourier transformation
: 1.25 1.55 100                     // 'qmin'[eV], 'qmax'[eV], '#qpoints'

// SIMULATION TIME and OUTPUT

// simulation time
: 10000                             // 'simulation time'[fs]
```

```
// output parameters
: 800                      // 'time'[fs] between two outputs
: 5000                     // every '#.rd' output a spectrum is created
```

Die Eingabeblocke im Detail

In diesem Abschnitt werden einige Kommentare und Hilfen zur Logik der verschiedenen Eingabeblocke angeboten. Weiterhin soll skizziert werden, welche Auswirkungen die wählbaren Parameter haben.

Anregung

Der erste Eingabeblock behandelt die Anregungsbedingungen, die ihrerseits wieder in drei Teile zerfallen: Die optische Anregung als Puls oder Dauerstrich, einen möglichen weiteren, gaußförmigen Probepuls sowie die alternative Anregung unter Verwendung des Generationsratenmodells.

Zunächst wird abgefragt, welcher Art die optische Anregung sein soll. Dafür muss bestimmt werden, wie die nachfolgenden Informationen zu interpretieren sind. Mit Hilfe der Schlüsselwörter “cw” und “sqr” werden die folgenden Zeilen als Dauerstrich- bzw. Rechteckanregung (die nichts anderes als eine Dauerstrichanregung ist, die nach einer gewissen Zeit ausgeschaltet wird) verstanden. Wird “file” verwendet, erwartet der Eingabeparser drei weitere Eingaben, und zwar den Dateinamen der Datei in der die Entwicklungskoeffizienten spaltenweise zu finden sind, und die Spalten für den Realteil und den Imaginärteil der Entwicklungskoeffizienten. Als letzte Option kann man einen Gaußpuls wählen, und dies durch “gauss” dem Programm mitteilen. Die folgenden beiden Zeilen charakterisieren dann die oben gewählte Anregung. In der ersten Zeile werden 5 Parameter erwartet (bei Wahl von “file” werden diese Daten jedoch nicht interpretiert). Im Falle einer gaußförmigen Anregung werden diese 5 Parameter als ‘Phase’, ‘Zentralfrequenz’[eV], quadratischem Chirp[$1/s^2$], kubischem Chirp [$1/s^3$], und vierter Ordnung Chirp[$1/s^4$] interpretiert. Bei “cw” und “sqr” wird nur der Zentralfrequenzparameter interpretiert.

Die folgende Zeile beinhaltet die ‘Anregungsamplitude’[V/m], die ‘Breite’[fs], ‘ t_0 ’[fs] und eine Abschaltzeit ‘ t_{end} ’[fs]. Der erste Eintrag sollte selbsterklärend sein, während der zweite einerseits die volle Halbwertsbreite einer gepulsten Anregung (“gauss”), andererseits die Aufweichungszone bei Dauerstrichanregung bedeutet. Der Wert ‘ t_0 ’ bestimmt den Schwerpunkt eines Gaußpulses bzw. den Zeitpunkt, an dem die Dauerstrichanregung beginnen soll. Der letzte Eintrag bestimmt bei Gaußpulsen einen Zeitpunkt, ab dem die Anregung auf Null gesetzt wird. Dies dient hauptsächlich zur Vermeidung von Pulsechos durch endliches Δq . Bei “sqr” dient diese Zeitangabe, um den Abschaltzeitpunkt der kastenförmigen Anregung zu definieren, während sie bei “cw” ignoriert wird.

Die folgenden beiden Zeilen definieren auf dieselbe Art einen weiteren, diesmal nur als Gaußpuls realisierbaren Anregungspuls (sog. Probepuls). Dieser wird zur Berechnung der Fourier-Transformation und damit den Absorptionsspektren verwendet. Die Zeitverzöge-

ung zwischen Pump- und Probepuls wird in der folgenden Zeile angegeben. Der Probepuls hat seinen Schwerpunkt dann bei $t_0^{pump} + delay + t_0^{probe}$.

Wenn es erwünscht ist, kann die gesamte Dynamik in der Simulation „eingefroren“ werden. Dies, und der Zeitpunkt, an dem das passieren soll, wird in der folgenden Zeile erfragt.

Der dritte Teil des Anregungsblocks betrifft die Verwendung des Generationsratenmodells für Dauerstrichanregungen. Wenn es gewünscht wird (`true`) folgen dann in der nächsten Zeile Angaben zur Zentralenergie, der spektralen Breite der Anregung und zur Pumpamplitude.

Resonator

Der folgende Block beinhaltet die zur Beschreibung des Resonators nötigen Parameter. Wie erwähnt wird in dem Programm zwischen Anregungs- und Laserresonator unterschieden. Zunächst werden die Angaben für den Anregungsresonator erwartet. Dabei muss man sich zwischen „vacuum“, „n-index“ und „modes“ entscheiden. „vacuum“ bedeutet, dass kein Resonator simuliert wird, sich die Anregung also so verhält wie im Vakuum. Das Schlüsselwort „n-index“ muss dann von einem Namen für eine Datei gefolgt werden, in der sich die zu beschreibende dielektrische Struktur spaltenweise befindet. Die Formatierung dieser Eingabedatei sieht in einer Spalte den Brechungsindex der Schicht, und in einer weiteren Spalte die Dicke der betrachteten Schicht in m vor. Die Zuordnung der entsprechenden Spaltennummern wird nachfolgend dem Dateinamen erwartet (erst Spalte für n , dann für die Schichtdicke d). Das Schlüsselwort „modes“ schlussendlich erlaubt es, die Modenfunktionen an der QW-Position aus einer Datei zu übernehmen, und damit die interne Transfermatrixberechnung wegzulassen. Dem Dateinamen folgen dann die Angaben, in welcher Spalte sich die gewünschten Informationen befinden.

Die folgende Zeile bestimmt das q -Gitter, auf dem die Modenentwicklung der Anregung (und ggf. die Transfermatrixberechnung der Moden) stattfindet. Es kann unter Verwendung von „param“, gefolgt von den Parametern q_{min} [eV], q_{max} [eV] und N_q als äquidistant angenommen werden, oder aber durch „file“ aus einer Datei eingelesen werden. Für letztere Option muss dann noch der Dateiname und die Spalte, in der sich die q -Gitterpunkte befinden, sowie die Gesamtzahl der einzulesenden Datenpunkte (N_q) angegeben werden. Wichtig ist dabei, dass explizit eingelesene Modenfunktionen für dasselbe Gitter gelten, wie das an dieser Stelle definierte.

In der nachfolgenden Zeile wird der Winkel[rad] zur Wachstumsrichtung angegeben, unterdem die Anregung auf den Laser fällt.

Der Laserresonator ist durch die folgende Zeile definiert. Der Aufbau folgt dabei dem selben Muster, wie für den Anregungsresonator, außer, dass hier kein Vakuum auswählbar ist. Dazu bietet sich die weiterführende Möglichkeit, das Schlüsselwort „param“, gefolgt von einem effektiven optischen Überlapp Γ und einer effektiven Linienbreite γ_{cav} [1/s] zu verwenden.

In folgender Zeile wird wieder das q -Gitter, diesmal für den Laserresonator bestimmt. Als Option über das Anregungs- q -Gitter hinaus, kann ein monomodales Lichtfeld mit „sin-

gle“, gefolgt von der Laserenergie[eV] gewählt werden. Dies ist zwingend notwendig, wenn vorhergehend eine effektive Beschreibung des Laserresonators mit “param“ gewählt wurde.

Dieser Eingabeblock schließt mit zwei separaten Schaltern, die die Rückkopplung des elektrischen Feldes an die Polarisierung (und bei `false` damit die Maxwell-Gleichung faktisch ausschalten) sowie die Berücksichtigung der PL als Quelle im Laserfeld bestimmen.

Bandstruktur und Relaxation

Die Angabe der Bandstruktur funktioniert folgendermaßen: zunächst werden die Leitungsbänder festgelegt. Dafür wird in der ersten Zeile die Gesamtzahl aller Leitungsbänder angegeben. Danach werden die einzelnen Bänder, jeweils in einer eigenen Zeile, definiert. Es werden genausoviel Eingabezeilen erwartet, wie unter der Gesamtzahl der Bänder angegeben. Eine Zeile zur Definition der Bänderigenschaften beginnt mit der Wahl, ob die Energiedispersion des Bandes aus einer Datei (“file“) eingelesen, oder als parabolische Dispersion (“param“) angenommen werden soll. In beiden Fällen folgen zwei weitere Parameter - bei “file“ folgt Dateiname und Spalte, in der die diskretisierte Energiedispersion zu finden ist, bei “param“ folgen die effektive Masse des Bandes[m_0] (Löchermassen negativ!) und ein Energieoffset auf die fundamentale Bandkante[eV]. Die vierte Eingabe in einer solchen Zeile zur Banddefinition bestimmt die Dimensionalität und Zugehörigkeit zum Bandsystem (siehe weiter oben), gefolgt noch von der Symmetrie des Bandes (“el“ für Elektronen, “hh“ für Schwellenzustände und “lh“ für Leichtlochzustände).

Die erste auf diesen Bandstrukturdefinierenden Abschnitt folgende Zeile definiert die Intrabandstreuzeit im Quantenfilmsystem. Mit “param“ gefolgt von einer Streuzeit τ [fs] wird eine konstante Streurrate $\gamma = 1/\tau$ für alle Ladungsträgerbedingungen angenommen. Alternativ dazu kann mit “file“ gefolgt vom Dateinamen eine temperatur- und dichteabhängige Relaxationszeit eingelesen werden. Die Datei soll dann eine Matrix beinhalten, deren erste Zeile die Temperaturen (Spalten 2-beliebig), die erste Spalte die Dichten (Zeilen 2-beliebig) und die dadurch gebildeten Einträge die Relaxationszeiten unter den entsprechenden Temperatur- und Dichtebedingungen enthält. Der (1/1) Eintrag der Matrix kann eine beliebige Zahl sein (wird ignoriert), muss jedoch unbedingt vorhanden sein (sonst entsteht keine Matrix).

Die folgende Zeile definiert die Intrabandstreuung des Leitungsband-Barrierensystems auf dieselbe Weise.

Der nachfolgende Abschnitt definiert die Valenzbänder und deren Intrabandstreuung genau analog, wie oben die Leitungsbänder.

Weiterhin folgt ein Abschnitt, in dem verschiedene weitere Relaxationsmechanismen definiert werden. Zuerst entscheidet ein Schalter, ob die Berechnung der Gleichgewichts-Fermi-Funktionen in *jedem* (`true`) Zeitschritt stattfinden sollen, oder nur *mindestens einmal* in einem gegebenen Zeitintervall (`false`, gefolgt von ‘t’[s]).

Die nächste Zeile behandelt die Elektronen-Loch-Streuung. Da diese recht Zeitaufwändig sein kann, kann man sie separat ausschalten (`false`). Ist sie jedoch eingeschaltet (`true`), so wird die Relaxationszeit[fs] in der folgenden Zeile für die Elektronen-Loch- =Streuung verwendet.

Die nächsten Eingabezeilen beinhalten die Phononenstreuzeit[fs] sowie die Einstreuzeiten[fs] der Elektronen und Löcher aus dem Barrierensystem in das Quantenfilmsystem (und umgekehrt).

Sollte eine parametrisierte Bandstruktur gewählt worden sein, so ist die folgende Eingabezeile wichtig: hier wird die fundamentale Bandlücke in eV angegeben. Wenn das erste Leitungsband hingegen aus einer Datei eingelesen wird, so wird dieser Wert intern mit der Energie dieses ersten Leitungsbandes am Γ -Punkt überschrieben.

Der letzte Abschnitt dieses Eingabeblocks betrifft die Initialisierung der Bänder. Dazu kann man “param“, gefolgt von ‘T’ und ‘N’ wählen, wobei dann die Bänder mit Fermi-Funktionen der Temperatur ‘T’ und einer Gesamtdichte von ‘N’ initialisiert werden. Alternativ kann eine beliebige Ladungsträgerverteilung aus einer Datei eingelesen werden. Dazu muss das Schlüsselwort “file“ gewählt werden, auf dass dann in den folgenden Zeilen (je eine für jedes Leitungsband und für jedes Valenzband) die Dateinamen und die Spaltennummer, in der die Besetzungen zu finden sind, aufgeführt werden.

Der Bandsystemblock endet mit der Angabe der initialen Kristallgittertemperatur (Phonontemperatur)[K].

Verluste

In diesem Block werden die Ladungsträgerverluste im Quantenfilm und in der Barriere beschrieben. Die erste Zeile beschreibt die Verluste des Quantenfilms. Wählt man “param“, dann werden drei weitere Parameter erwartet. Diese werden dann vom Parser als A-, B- und C-Koeffizienten der Ladungsträgerverluste interpretiert. Alternativ kann mit “file“, gefolgt vom A-Verlust, dem Namen der Datei in der die Verluste aufgrund der spontanen Emission zu finden sind, und dem Dateinamen für die Augerverluste, abweichende Funktionalitäten von den B- und C-Koeffizienten vorgeben.

Auf diese Angaben folgt die Angabe, welcher Anteil der PL-Verluste in die Lasermode emittiert werden (nur relevant, wenn der Schalter für die Berücksichtigung der PL auf `true` steht).

Die letzte Zeile dieses Blocks behandelt die Verluste der Barriere analog zu denen des Quantenfilms.

Dipolmatrixelemente

Abhängig von der Anzahl der berücksichtigten Bänder, werden hier die Dipolmatrixelemente in $N_c \cdot N_v$ Zeilen definiert. Die erste Zeile wird dabei zur Definition des Übergangs vom ersten Leitungsband (c1) in das erste Valenzband (v1) verwendet. Die zweite Zeile für den c1v2 Übergang, die $N_v + 1$.te Zeile als c2v1 Übergang usw. Die Syntax jeder Zeile folgt dabei dem bekannten Schema: zunächst die Wahl zwischen Datei (“file“) und festem Parameter (“param“) und wird entweder von Name der Datei, in der das k -abhängige Dipolmatrixelement zu finden ist und der entsprechende Spalte gefolgt, oder von dem k -unabhängigen Wert des Dipolmatrixelements[eÅ].

Polarisationsdephasierung

Die τ_{pol} -Dephasierungszeiten der Polarisierungen des Quantenfilmsystems und des Barriersystems sind in dem folgenden Eingabeblock bestimmt. Zunächst für das Quantenfilmsystem folgt die bereits bekannte Entscheidung, ob die Polarisationsdephasierung als fester Parameter ("param"), gefolgt von der Dephasierungszeit[fs], oder aus einer Datei ("file"), gefolgt vom Dateinamen, genommen werden soll. Die Formatierung der temperatur- und dichteabhängigen Dephasierungszeiten in der Datei folgen dann denselben Vorschriften wie für die Intrabandladungsträgerrelaxationen.

Die folgende Zeile beschreibt auf die analoge Weise die Polarisationsdephasierungszeit des Barriersystems.

Struktur

Der Strukturblock startet mit einer Zeile, in der als erstes die Breite der Quantenfilme[m], dann der exzitronische Bohr-Radius[m] und zuletzt relative Permeabilität angegeben wird. Die nachfolgende Zeile enthält die Breite der Barriere[m]. Diese Zahl wird insbesondere für die Umrechnung der Ladungsträgerdichten (3D) und Flächenladungsträgerdichten (2D) benötigt. Daher folgen aus einer gewählten Barrierenbreite von 1 m dann korrekte (3D) Ladungsträgerdichten. Darauf folgend erwartet der Parser dann die Anzahl der Quantenfilme im System.

Der zweite Abschnitt behandelt die Wärmekapazität und Wärmeleitfähigkeit, die zur Berechnung des Aufheizens des Kristallgitters nötig sind. Im Einzelnen wird die spezifische Wärmekapazität[J/(gK)], die Dichte[g*cm⁻³] und die Dicke[m] des Aufgeheizten Bereichs erwartet. Als vierter Parameter folgt der thermische Widerstand[K/W] zur Wärmesenke und zuletzt deren Temperatur[K].

Der nächste Abschnitt beinhaltet die Parameter zur Berechnung der Bandkantenverschiebung. Dazu kann "vars" gewählt werden, um die Verschiebung nach Varshni [63] mit den folgenden 3 Parametern E_0 [eV], α und β zu beschreiben. Alternativ kann eine simple Parametrisierung mit "param" gewählt werden. Die Bandlückenverschiebung folgt dann mit der nachfolgend angegebenen Wellenlängenänderung[nm/K] und ist auf die angegebene Referenztemperatur[K] bezogen.

Diesem Schema folgt auch die Verschiebung des optischen Überlapps Γ . Hier wird nur die Möglichkeit des Wellenlängenabhängigen Shifts angeboten.

Coulomb und Abschirmung

In diesem Abschnitt wird zunächst abgefragt, ob die Halbleiter-Bloch-Gleichungen mit Coulomb (**true**) oder ohne (**false**) berechnet werden.

Die folgende Zeile beschreibt die Abschirmung. Dazu wird zunächst der Abschirmtyp mit den Schlüsselwörtern "none" (keine Abschirmung), "lindhardt" (schaltet die Abschirmung nach Lindhardt an) und "plasmon" (Abschirmung in Plasmonenpolnäherung) gewählt. Bei der letzteren Wahl, wird noch die Eingabe der Konstante C erwartet.

Die letzte Zeile dieses Eigabeblocks gibt dem Programm an, wie groß die Dichteänderung maximal sein darf, bis eine Neuberechnung der Abschirmung ausgeführt wird. Dieses Abweichungskriterium kann im Verlauf der Simulation abgeändert werden. Dazu wird als erster Parameter das Abweichungskriterium definiert, dann ein alternative Kriterium, das dann nach der Zeit, die durch den dritten Parameter[fs] definiert wird, aktiviert wird, und das anfängliche Abweichungskriterium ersetzt.

Numerische Parameter

Dieser Block beinhaltet Parameter, die zur numerischen Auswertung der Maxwell-Halbleiter-Bloch-Gleichungen notwendig sind. Begonnen wird dies mit Parametern zur Kontrolle des Runge-Kutta-Algorithmus. Im der ersten Zeile wird zunächst eine Maßzahl für die numerische Genauigkeit eingelesen. Dabei bedeuten höhere Maßzahlen eine höhere Genauigkeit. Der zweite Parameter der ersten Zeile gibt eine minimale Schrittweite[s] vor, die der RK-Algorithmus nicht unterschreiten darf. Dies ist wichtig, das es vereinzelte Situationen gibt, in der der adaptive RK sich *festfressen* kann. Die Folgezeile beinhaltet zunächst den Schalter zur Bestimmung, ob der adaptive RK angeschaltet (**true**) werden soll, oder nicht (**false**). Nachfolgend wird bei ausgeschalteter adaptiver Schrittweite ein konstantes Zeitintervall[s] eingelesen.

Die nächste Zeile legt das rotierende Bezugssystem fest. Dabei wird ein Wert[eV] relativ zur fundamentalen Bandkante erwartet.

Der nachfolgende Schalter ermöglicht (**true**) eine Zwischeninterpolation der Fermi-Funktionen zwischen zwei numerischen Suchen der korrekten Fermi-Funktionen. Dies kann sinnvoll sein, wenn die Suche sich als rechenzeitkritisch herausstellt, und zudem auf eine häufige Aktualisierung nicht verzichtet werden kann.

Die nächste Zeile beinhaltet einen Schalter, der die Ladungsträgerdichten von Elektronenband- und Lochbanssystem „synchronisiert“. Dieser Vorgang wird nötig, da sich kleine Fehler von abweichenden Fermi-Funktionen zu den Nichtgleichgewichtsfunktionen je nach dem, ob es sich um Löcher oder Elektronen handelt, unterschiedlich aufsummieren.

Die letzte Zeile beschreibt einen eingebauten Mechanismus, der die Temperaturerhöhung des Gitters, die auf einer μs -Zeitskala stattfindet, abkürzen soll. Bei **false** ist dieser Mechanismus abgeschaltet, bei **true** wird nach Ablauf der als zweiten Parameter[fs] definierten Zeit eine Prognose der Endtemperatur erstellt, und die Gittertemperatur um den als dritten Parameter eingelesenen Anteil der prognostizierten Temperaturerhöhung angehoben. Der vierte Parameter setzt noch ein festes oberes Limit[K] für diese Anhebung.

k-Gitter und Fouriertransformation

Dieser Block setzt das k -Gitter und die entsprechende Diskretisierung, welche die Basis für die Bandstruktur und alle darauf aufbauenden Parameter ist, fest. Wie bereits häufiger anzutreffen, steht der Anwender auch hier vor der Wahl, das k -Gitter durch Parameter (“param“, gefolgt von ‘ k_{max} ’ und der Anzahl der k -Punkte) als äquidistantes Gitter anzugeben, oder es aus einer Datei (“file“) einzulesen. Letztere Option wird von der Spalte

gefolgt, in der die k -Gitterstützpunkte in der Datei zu finden ist. Nachfolgend wird das Integrationsgewicht des k -Gitters aus der als viertem Parameter eingelesenen Spalte aus der Datei eingelesen. Wenn hier dieselbe Spalte wie für die Stützstellen angegeben wird, wird das Integrationsgewicht aus den Stützstellen berechnet. Darauf folgt die Angabe, ob die k -Stützstellen in Vielfachen von k_{Bohr} angegeben sind (**true**) oder nicht (**false**). Als letztes wird die Anzahl der Stützstellen eingelesen.

Der Zweite Abschnitt beschreibt die Fourier-Transformation (FT) zur Berechnung des Absorptionsspektrums. Der erste Parameter setzt bei **true** die Polarisation direkt bevor der Probepuls anfängt auf Null. Die folgende Zeile beinhaltet das Energiegitter, das für die FT verwendet werden soll. Dies wird durch ' q_{min} '[eV], ' q_{max} '[eV] und Anzahl der Stützstellen angegeben.

Simulationszeit und Ausgaben

Hier wird zuerst die gesamte Simulationszeit[fs] angegeben. Darauf folgt dann der Abstand[fs] an, in dem zwei Ausgaben in die zeitabhängigen Ausgabedateien geschrieben werden. Die letzte Zeile gibt an, wieviele Ausgaben vergehen müssen, bis ein Spektrum geschrieben wird.

C.5. Ausgaben

Das Programm MSBE erzeugt eine Reihe von Ausgabedateien, die unterschiedliche Daten enthalten. Man kann die Ausgabedateien in drei verschiedene Kategorien aufteilen. Die erste Gruppe besteht aus Dateien, die Daten enthalten, die nur einmal während der Simulation berechnet werden, und die daher über die Laufzeit auch keine Aktualisierung erfahren. In diesen statischen Dateien werden z.B. Informationen über den Resonator (Moden, Reflektivitäten usw.) oder auch statistische Informationen (Zusammenfassung der Bandstruktur, benötigte Rechenzeit usw.) geschrieben.

Die zweite Gruppe von Dateien beinhaltet Laufzeitergebnisse, die regelmäßig abgespeichert werden. Das können z.B. die aktuelle Simulationszeit, Laserfeldstärke, Ladungsträgerdichte und ähnliches sein. Die letzte Kategorie von Dateien enthält Spektren (Absorptionsspektrum, FT-Anregungspuls, frequenz aufgelöstes Laserfeld, Lasdungs-trägerbesetzungen usw.), die nach dem in der Eingabedatei vorgegebenen Rhythmus ausgegeben werden.

Statische Informationsdateien

Diese Dateien sind

- `cav_R_m.dat` - enthält die berechneten Daten über den Laserresonator. Die Einzelnen Spalten sind: q-Energy in eV; $\text{abs}(R)$; $\text{abs}(T)$; $\text{Re}[modes_m]$; $\text{Im}[modes_m]$; 0 ; $\text{Re}[\gamma_{cav}]$; $\text{Im}[\gamma_{cav}]$; $\text{Re}[\Gamma_q]$; $\text{Im}[\Gamma_q]$

- cav_R_m_exc.dat - das gleiche wie cav_R_m.dat nur für den Anregungsresonator: q-Energy in eV; abs(R); abs(T); Re[modes_m]; Im[modes_m]; Re[modes_p]; Im[modes_p]; 0.0 ;Re[γ_{cav}]; Im[γ_{cav}]; $T^2 * n_{max} * \cos(n_{max}) / (n_{min} * \cos(n_{min}))$
- exc_coeff.dat - nur wenn die Anregung nicht durch Entwicklungskoeffizienten aus einer externen Datei bestimmt wird. Enthält die entwicklungskoeffizienten des Anregungspulses: q-Energy in eV; Re[modes_m]; Im[modes_m]; Re[exp_{coeff}]; Im[exp_{coeff}].
- statistics.txt - Textdatei mit einigen statistischen Informationen. Nach Abschluss der Simulation wird diese Datei um den Laufzeitverbrauch einzelner Programmteile ergänzt.

Laufzeitdateien

- Screening.dat - beinhaltet dichte- und abschirmungsrelevante Daten: time [s]; band-renormalization [eV]; coulomb-renorm [eV]; coulomb-hole shift [eV]; temperature shift [eV]; $N^{e,total}$ [1/cm²]; $N^{h,total}$ [1/cm²]; $(N^{e,total} - N^{h,total})$ [1/cm²]; N_{QW}^e [1/cm²]; $\hbar\omega_{laser}$ [eV].
- fermilog.dat - beinhaltet Daten über die Relaxationen gegen die Gleichgewichts-Fermi-Funktionen: time [s]; T_{QW}^e [K]; μ_{QW}^e [eV] (relativ zu E_{gap}); τ^e [fs]; T_{QW}^h [K]; μ_{QW}^h [eV] (relativ zu E_{gap}); τ^h [fs]; T_{Barr}^e [K]; μ_{Barr}^e [eV] (relativ zu E_{gap}); T_{Barr}^h [K]; μ_{Barr}^h [eV] (relativ zu E_{gap}); T_{plasma} [K]; μ_{plasma}^e [eV]; μ_{plasma}^h [eV]; $T_{phonon/lattice}$ [K]; μ_{phonon}^e [eV]; μ_{phonon}^h [eV]; $T_{in-well}^e$ [K]; $\mu_{in-well}^e$ [eV] (relativ zu E_{gap}); $\Delta E_{toLattice}$ [J]; Δt [s]; $P_{toLattice}$ [W]; ΔN_{loss} [1/m²]; $T_{phonon} - T_{heatsink}$ [K].
- Laser_pol_t.dat - Laserfeldstärke und Anregung: time [s]; $|E_{laser}|^2$ [V²/m²]; Re[E_{laser}] [V/m]; Im[E_{laser}] [V/m]; Re[E_{laser}^-] [V/m]; Im[E_{laser}^-] [V/m]; Re[E_{laser}^+] [V/m]; Im[E_{laser}^+] [V/m]; Re[P] [1]; Im[P] [1]; Re[E_{pump}] [V/m]; Im[E_{pump}] [V/m].
- temp_prognose.dat - nur wenn Gittertemperaturprognose angeschaltet ist. Enthält dann informationen über die Energieabgabe an das Kristallgitter und das Temperaturprognosesystem: time [s]; $T_{lattice}^{progn}$ [K]; $T_{lattice}^{progn,2}$ [K]; $E_{injected}$ [J]; $E_{loss,bands}$ [J]; $E_{loss,laser}$ [J]; $E_{loss,recomb}$ [J]; $E_{injected} - (E_{loss,bands} + E_{loss,laser} + E_{loss,recomb})$ [J]; $\Delta E_{toLattice}$ [J]; Δt [s]; $\Delta E_{toLattice} / \Delta t$ [W]; ΔN_{loss} [1/m²]; $\Delta N_{injected}$ [1/m²]; $\Delta N_{injected,max}$ [1/m²]; 0.

Spektrale Dateien

Die spektralen Dateien haben eine Zahl als Erweiterung ('.#'). Die Datei 'Spec_Zeiten.ref' bietet dann den Zusammenhang zwischen Erweiterung und der Simulationszeit, an der das entsprechende Spektrum erstellt wurde.

- Occupation.# - Besetzung in den verschiedenen Bändern: k [k_{Bohr}]; $\varepsilon^{c1}(k)$ [eV]; $n^{c1}(k)$; $\varepsilon^{c2}(k)$ [eV]; $n^{c2}(k)$; ... ; $\varepsilon^{v1}(k)$ [eV]; $n^{v1}(k)$; $\varepsilon^{v2}(k)$ [eV]; $n^{v2}(k)$; ... ; $E_{bandrenorm}(k)$ [eV].

- E_pol_ft.# - FT des elektrischen Feldes und der Polarisation sowie berechnet Absorption: q_{ft} [eV]; $\text{Re}[E(q)^{FT}]$; $\text{Im}[E(q)^{FT}]$; $\text{Re}[P(q)^{FT}]$; $\text{Im}[P(q)^{FT}]$; $\text{Im}[P(q)^{FT}]/|E(q)^{FT}|^2$.
- E_Laser.# - Besetzung der Lasermode: q_{laser} [eV]; $\text{Re}[E(q)^-]$; $\text{Im}[E(q)^-]$; $\text{Re}[E(q)^+]$; $\text{Im}[E(q)^+]$; $\text{Re}[P_{c1v1}(q)]$; $\text{Im}[P_{c1v1}(q)]$;

Literaturverzeichnis

- [1] T.H. Maiman. Stimulated optical radiation in ruby. *nature*, 187(4736):493–494, 1960.
- [2] Y. Kalisky. New trends in lasers and laser crystals. *Optical Materials*, 13(1):135–139, 1999.
- [3] David A. Belforte. The global market for industrial lasers, 2005.
- [4] A. Einstein. On the quantum theory of radiation. *Phys. Z*, 18:121, 1917.
- [5] HJ Round. A note on carborundum. *Electrical world*, 19(309):1, 1907.
- [6] RN Hall, GE Fenner, JD Kingsley, TJ Soltys, and RO Carlson. Coherent light emission from GaAs junctions. *Physical Review Letters*, 9(9):366–368, 1962.
- [7] MI Nathan, WP Dumke, G. Burns, FH Dills, and G. Lasher. Stimulated emission of radiation from GaAs pn junctions. *Applied Physics Letters*, 1:62, 1962.
- [8] TM Quist, RH Rediker, RJ Keyes, WE Krag, B. Lax, AL McWhorter, and HJ Zeigler. Semiconductor maser of GaAs. *Applied Physics Letters*, 1:91, 1962.
- [9] N. Holonyak Jr and SF Bevacqua. Coherent (visible) light emission from Ga (AsP) junctions. *Applied Physics Letters*, 1:82, 1962.
- [10] H. Kroemer. A proposed class of hetero-junction injection lasers. *Proceedings of the IEEE*, 51(12):1782–1783, 1963.
- [11] Z.I. Alferov, VM Andreev, DZ Garbuzov, Y.V. Zhilyaev, EP Morozov, EL Portnoi, and VG Trofim. Investigation of the influence of the AlAs-GaAs heterostructure parameters on the laser threshold current and the realization of continuous emission at room temperature. *Fiz. Tekh. Poluprovodn*, 4(9):1826, 1970.
- [12] W.W.Chow and S.W.Koch. *Semiconductor Laser Fundamentals*. Springer Verlag, 1999.
- [13] Gerd Czycholl. *Theoretische Festkörperphysik*. Vieweg Verlag, 2000.
- [14] H.Haug and S.W.Koch. *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors*. World Scientific, Singapore, 2004.
- [15] F.Schwabl. *Quantenmechanik*. Springer-Verlag Berlin, 2002.

- [16] HW Wyld and B.D. Fried. Quantum mechanical kinetic equations. *Annals of Physics*, 23(3):374, 1963.
- [17] J. Fricke. Condensed Matter > Statistical Mechanics Title: Transport equations including many-particle correlations for an arbitrary quantum system. General formalism. *Journal reference: Ann. Phys.(NY)*, 252:479, 1996.
- [18] M. Kira and SW Koch. Many-body correlations and excitonic effects in semiconductor spectroscopy. *Progress in Quantum Electronics*, 30(5):155–296, 2006.
- [19] M. Lindberg and SW Koch. Effective Bloch equations for semiconductors. *Physical Review B*, 38(5):3342–3350, 1988.
- [20] A. Girndt, F. Jahnke, A. Knorr, SW Koch, and WW Chow. Multi-Band Bloch Equations and Gain Spectra of Highly Excited II-VI Semiconductor Quantum Wells. *Physica Status Solidi (B), Applied Research*, 202(2):725–739, 1997.
- [21] G. Khitrova, HM Gibbs, F. Jahnke, M. Kira, and SW Koch. Nonlinear optics of normal-mode-coupling semiconductor microcavities. *Reviews of Modern Physics*, 71(5):1591–1639, 1999.
- [22] Hartmut Haug. *Statistische Physik*. Vieweg Verlag, 1997.
- [23] A. Thraenhardt, S. Becker, C. Schlichenmaier, I. Kuznetsova, T. Meier, S.W. Koch, J. Hader, J.V. Moloney, and W. Chow. Nonequilibrium gain in optically pumped gainnas laser structures. *Appl. Phys. Lett.*, 85(23):5526–5528, 2004.
- [24] A. Thränhardt, S.W. Koch, J. Hader, and J.V. Moloney. Carrier Dynamics in Quantum Well Lasers. *Optical and Quantum Electronics*, 38(4):361–368, 2006.
- [25] WW Chow and SW Koch. Theory of semiconductor quantum-dot laser dynamics. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 41(4):495–505, 2005.
- [26] J. Hader, JV Moloney, and SW Koch. Structural dependence of carrier capture time in semiconductor quantum-well lasers. *Applied Physics Letters*, 85:369, 2004.
- [27] J. Christen, D. Bimberg, A. Steckenborn, and G. Weimann. Localization induced electron-hole transition rate enhancement in GaAs quantum wells. *Applied Physics Letters*, 44:84, 1984.
- [28] JA Brum, T. Weil, J. Nagle, and B. Vinter. Calculation of carrier capture time of a quantum well in graded-index separate-confinement heterostructures. *Physical Review B*, 34(4):2381–2384, 1986.
- [29] M. Kira, F. Jahnke, W. Hoyer, and SW Koch. Quantum theory of spontaneous emission and coherent effects in semiconductor microstructures. *Progress in Quantum Electronics*, 23:189–279, 1999.

- [30] J. Hader, JV Moloney, and SW Koch. Microscopic evaluation of spontaneous emission-and Auger-processes in semiconductor lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 41(10):1217–1226, 2005.
- [31] K. Hantke, JD Heber, C. Schlichenmaier, A. Thränhardt, T. Meier, B. Kunert, K. Volz, W. Stolz, SW Koch, and WW Rühle. Time-resolved photoluminescence of type-I and type-II (GaIn) As/ Ga (NAs) heterostructures. *Physical Review B*, 71(16):165320, 2005.
- [32] Angela Thränhardt. *Equilibrium and Nonequilibrium Dynamics in Semiconductor Lasers*. PhD thesis, Fachbereich Physik, Philipps Universität Marburg, 2006.
- [33] A.R. Zakharian, J. Hader, J.V. Moloney, S.W. Koch, P.Brick, and S. Lutgen. Experimental and theoretical analysis of optically pumped semiconductor disk lasers. *Appl. Phys. Lett.*, 83(7):1313–1315, 2003.
- [34] Y.B.Band. *Light and Matter*. Wiley, 2006.
- [35] C. Bückers, A. Thränhardt, SW Koch, M. Rattunde, N. Schulz, J. Wagner, J. Hader, and JV Moloney. Microscopic calculation and measurement of the laser gain in a (GaIn) Sb quantum well structure. *Applied Physics Letters*, 92:071107, 2008.
- [36] C. Bückers, S. Imhof, A. Thränhardt, J. Hader, JV Moloney, and SW Koch. Microscopic Modeling of Quantum Well Gain Media for VECSEL Applications. *angenommen in: IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2009.
- [37] M. Schmid, S. Benchabane, F. Torabi-Goudarzi, R. Abram, A.I. Ferguson, and E. Riis. Optical in-well pumping of a vertical-external-cavity surface-emitting laser. *Applied Physics Letters*, 84:4860, 2004.
- [38] J.E. Hastie, L.G. Morton, A.J. Kemp, M.D. Dawson, A.B. Krysa, and J.S. Roberts. Tunable ultraviolet output from an intracavity frequency-doubled red vertical-external-cavity surface-emitting laser. *Applied Physics Letters*, 89:061114, 2006.
- [39] M. Kuznetsov, F. Hakimi, R. Sprague, A. Mooradian, M. Inc, and MA Acton. Design and characteristics of high-power (> 0.5 -W CW) diode-pumped vertical-external-cavity surface-emitting semiconductorlasers with circular TEM 00 beams. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 5(3):561–573, 1999.
- [40] L. Fan, M. Fallahi, J. Hader, AR Zakharian, M. Kolesik, JV Moloney, T. Qiu, A. Schülzgen, N. Peyghambarian, W. Stolz, et al. Over 3 W high-efficiency vertical-external-cavity surface-emitting lasers and application as efficient fiber laser pump sources. *Applied Physics Letters*, 86:211116, 2005.
- [41] RG Bedford, M. Kolesik, JLA Chilla, MK Reed, TR Nelson, and JV Moloney. Power-limiting mechanisms in VECSELs. In *Proceedings of SPIE*, volume 5814, page 199, 2005.

- [42] KS Kim, JR Yoo, SM Lee, SJ Lim, JY Kim, JH Lee, SH Cho, T. Kim, and YJ Park. Highly efficient InGaAs QW vertical external cavity surface emitting lasers emitting at 1060nm. *Journal of Crystal Growth*, 287(2):629–632, 2006.
- [43] L. Fan, C. Hessenius, M. Fallahi, J. Hader, H. Li, J.V. Moloney, W. Stolz, S.W. Koch, J.T. Murray, and R. Bedford. Highly strained InGaAs/ GaAs multiwatt vertical-external-cavity surface-emitting laser emitting around 1170 nm. *Applied Physics Letters*, 91:131114, 2007.
- [44] S. Lutgen, T. Albrecht, P. Brick, W. Reill, J. Luft, and W. Späth. 8-W high-efficiency continuous-wave semiconductor disk laser at 1000 nm. *Applied Physics Letters*, 82:3620, 2003.
- [45] J.L.A. Chilla, S.D. Butterworth, A. Zeitschel, J.P. Charles, A.L. Caprara, M.K. Reed, and L. Spinelli. High-power optically pumped semiconductor lasers. In *Proceedings of SPIE*, volume 5332, page 143, 2004.
- [46] N. Schulz, M. Rattunde, C. Ritzenthaler, B. Rösener, C. Manz, K. Köhler, J. Wagner, and U. Brauch. Resonant optical in-well pumping of an (AlGaIn)(AsSb)-based vertical-external-cavity surface-emitting laser emitting at 2.35 μm . *Applied Physics Letters*, 91:091113, 2007.
- [47] L. Fan, M. Fallahi, J. Hader, A.R. Zakharian, J.V. Moloney, J.T. Murray, R. Bedford, W. Stolz, and S.W. Koch. Multichip vertical-external-cavity surface-emitting lasers: a coherent power scaling scheme. *Optics letters*, 31(24):3612–3614, 2006.
- [48] E.J. Saarinen, A. Härkönen, S. Suomalainen, and O.G. Okhotnikov. Power scalable semiconductor disk laser using multiple gain cavity. *Optics Express*, 14(26):12868–12871, 2006.
- [49] L. Fan, T.C. Hsu, M. Fallahi, J.T. Murray, R. Bedford, Y. Kaneda, J. Hader, A.R. Zakharian, J.V. Moloney, S.W. Koch, et al. Tunable watt-level blue-green vertical-external-cavity surface-emitting lasers by intracavity frequency doubling. *Applied Physics Letters*, 88:25, 2006.
- [50] E. Gerster, I. Ecker, S. Lorch, C. Hahn, S. Menzel, and P. Unger. Orange-emitting frequency-doubled GaAsSb/GaAs semiconductor disk laser. *Journal of Applied Physics*, 94:7397, 2003.
- [51] A. Garnache, AA Kachanov, F. Stoeckel, and R. Planel. High-sensitivity intracavity laser absorption spectroscopy with vertical-external-cavity surface-emitting semiconductor lasers. *Optics letters*, 24(12):826–828, 1999.
- [52] A. Garnache, AA Kachanov, F. Stoeckel, and R. Houdre. Diode-pumped broadband vertical-external-cavity surface-emitting semiconductor laser applied to high-sensitivity intracavity absorption spectroscopy. *Journal of the Optical Society of America B*, 17(9):1589–1598, 2000.

- [53] A. Garnache, A. Liu, L. Cerutti, and A. Campargue. Intracavity laser absorption spectroscopy with a vertical external cavity surface emitting laser at $2.3\ \mu\text{m}$: Application to water and carbon dioxide. *Chemical Physics Letters*, 416(1-3):22–27, 2005.
- [54] W. Diehl, P. Brick, S. Chatterjee, S. Horst, K. Hantke, WW Rühle, W. Stolz, A. Thränhardt, and SW Koch. Dynamic behavior of 1040 nm semiconductor disk lasers on a nanosecond time scale. *Applied Physics Letters*, 90:241102, 2007.
- [55] J. Hader, JV Moloney, B. Pasenow, SW Koch, M. Sabathil, N. Linder, and S. Lutgen. On the importance of radiative and Auger losses in GaN-based quantum wells. *Applied Physics Letters*, 92(26), 2008.
- [56] C. Bückers, G. Blume, A. Thränhardt, C. Schlichenmaier, PJ Klar, G. Weiser, SW Koch, J. Hader, JV Moloney, TJC Hosea, et al. Microscopic electroabsorption line shape analysis for Ga (AsSb)/ GaAs heterostructures. *Journal of Applied Physics*, 101:033118, 2007.
- [57] M. Rattunde, N. Schulz, C. Ritzenthaler, B. Rösener, C. Manz, K. Köhler, E. Wörner, and J. Wagner. High brightness GaSb-based optically pumped semiconductor disk lasers at $2.3\ \mu\text{m}$. In *Proceedings of SPIE*, volume 6479, page 647915, 2007.
- [58] Felix Schlosser. Mikroskopische Modellierung moderner Halbleiter-Mikrolaser: Einfluss der Pumpwellenlänge auf die Lasremission in VECSEL. Examensarbeit, Fachbereich Physik, Philipps Universität Marburg, 2008.
- [59] Martin Wegener. *Extreme Nonlinear Optics*. Springer-Verlag, Berlin, 2005.
- [60] H. Hillmer and S. Marcinkevičius. Optically detected carrier transport in III/V semiconductor QW structures: experiments, model calculations and applications in fast $1.55\ \mu\text{m}$ laser devices. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, 66(1):1–17, 1998.
- [61] S.W. Corzine, R.S. Geels, J.W. Scott, R. Yan, and L.A. Coldren. Design of fabry-perot surface-emitting lasers with a periodic gain structure. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 25(6):1513–1524, 1989.
- [62] J.H. Lee, S.M. Lee, T. Kim, and Y.J. Park. 7 W high-efficiency continuous-wave green light generation by intracavity frequency doubling of an end-pumped vertical external-cavity surface emitting semiconductor laser. *Applied Physics Letters*, 89:241107, 2006.
- [63] YP Varshni. Temperature dependence of the energy gap in semiconductors. *Physica*, 34(1):149, 1967.
- [64] J. Hader. Persönliche Kommunikation.

- [65] J.V. Moloney, J. Hader, and S.W. Koch. Quantum design of semiconductor active materials: laser and amplifier applications. *Laser & Photon. Rev.*, 1(1):24–43, 2007.
- [66] KS Kim, JR Yoo, SH Cho, SM Lee, SJ Lim, JY Kim, JH Lee, T. Kim, and YJ Park. 1060 nm vertical-external-cavity surface-emitting lasers with an optical-to-optical efficiency of 44% at room temperature. *Applied Physics Letters*, 88:091107, 2006.
- [67] DL Boiko, G. Guerrero, and E. Kapon. Thermoelectrical model for vertical cavity surface emitting lasers and arrays. *Journal of Applied Physics*, 100:103102, 2006.
- [68] R. Szweda. VCSELs resurgent. *III-Vs Review*, 17(8):28–31, 2004.
- [69] R. Szweda. VCSEL applications diversify as technology matures. *III-Vs Review*, 19(1):34–38, 2006.
- [70] L.R. Thompson, L.M.F. Chirovsky, A.W. Jackson, R.L. Naone, D. Galt, S.R. Prakash, S.A. Feld, M.V. Crom, J.G. Wasserbauer, M.D. Lange, et al. Performance of monolithic 1.3 μm VCSELs in telecom applications. In *Proceedings of SPIE*, volume 4649, page 25, 2002.
- [71] M. Meliga and A. Technologies. Semiconductor laser sources for datacom and telecom applications: recent trends. 2002.
- [72] Q. T. Vu, H. Haug, W. A. Hügel, S. Chatterjee, and M. Wegener. Signature of electron-plasmon quantum kinetics in gaas. *Phys. Rev. Lett.*, 85(16):3508–3511, Oct 2000.
- [73] M. U. Wehner, M. H. Ulm, D. S. Chemla, and M. Wegener. Coherent control of electron-lo-phonon scattering in bulk gaas. *Phys. Rev. Lett.*, 80(9):1992–1995, Mar 1998.
- [74] H. Rabitz, R. de Vivie-Riedle, M. Motzkus, and K. Kompa. Whither the Future of Controlling Quantum Phenomena? *Science*, 288(5467):824, 2000.
- [75] J. Zhou, J. Peatross, MM Murnane, HC Kapteyn, and IP Christov. Enhanced High-Harmonic Generation Using 25 fs Laser Pulses. *Physical Review Letters*, 76(5):752–755, 1996.
- [76] CJ Bardeen, Q. Wang, and CV Shank. Selective Excitation of Vibrational Wave Packet Motion Using Chirped Pulses. *Physical Review Letters*, 75(19):3410–3413, 1995.
- [77] S. Chatterjee, W. Wohlleben, C. Lange, W. Stolz, M. Motzkus, and W. Rühle. Optimizing the performance of a vertical-cavity surface-emitting laser. *Appl. Phys. Lett.*, 89(15):151122, 2006.

- [78] J. Kunde, U. Siegner, S. Arlt, G. Steinmeyer, F. Morier-Genoud, and U. Keller. Potential of femtosecond chirp control of ultrabroadband semiconductor continuum nonlinearities. *Journal of the Optical Society of America B*, 16(12):2285–2294, 1999.
- [79] J. Kunde, B. Baumann, S. Arlt, F. Morier-Genoud, U. Siegner, and U. Keller. Adaptive feedback control of ultrafast semiconductor nonlinearities. *Applied Physics Letters*, 77:924, 2000.
- [80] J. Kunde, B. Baumann, S. Arlt, F. Morier-Genoud, U. Siegner, and U. Keller. Optimization of adaptive feedback control for ultrafast semiconductor spectroscopy. *Journal of the Optical Society of America B*, 18(6):872–881, 2001.
- [81] E. Kühn, A. Thränhardt, S.W. Koch, W. Stolz, S. Chatterjee, C. Lange, W.W. Rühle, W. Wohlleben, and M. Motzkus. Influence of chirp on the femtosecond excitation of a semiconductor microcavity laser. *Applied Physics Letters*, 92:011107, 2008.
- [82] C.Ellmers, M.R.Hofmann, D.Karaiskaj, S.Leu, W.Stolz, W.Rühle, and M.Hilpert. Optically pumped (gain)as/ga(pas) vertical-cavity surface-emitting lasers with optimized dynamics. *Appl. Phys. Lett.*, 74(10):1367–1369, 1999.
- [83] C.Ellmers, S.Leu, R.Rettig, M.Hofmann, W.Rühle, and W.Stolz. Optically pumped (gain)as/ga(pas) vertical-cavity surface-emitting lasers with optimized dynamics. *J.Cryst. Growth*, 195(10):630, 1998.
- [84] M. Scalora, R. J. Flynn, S. B. Reinhardt, R. L. Fork, M. J. Bloemer, M. D. Tocci, C. M. Bowden, H. S. Ledbetter, J. M. Bendickson, J. P. Dowling, and R. P. Leavitt. Ultrashort pulse propagation at the photonic band edge: Large tunable group delay with minimal distortion and loss. *Phys. Rev. E*, 54(2):R1078–R1081, Aug 1996.
- [85] S. Zhu, N. Liu, H. Zheng, and H. Chen. Time delay of light propagation through defect modes of one-dimensional photonic band-gap structures. *Optics Communications*, 174(1-4):139–144, 2000.
- [86] Christoph Schlichenmaier. *Modeling of Optical Properties of Semiconductor Heterostructures*. PhD thesis, Fachbereich Physik, Philipps Universität Marburg, 2005.
- [87] Landolt and Börnstein. *Group III: Condensed Matter, Vol.41: Semiconductors, Subvolume A1, Partβ*. Springer Verlag, 2002.
- [88] L. Vurgaftman, J.R. Meyer, and L.R. Ram-Mohan. Band parameters for III-V compound semiconductors and their alloys. *J. Appl. Phys.*, 89(11):5815–5875, 2001.
- [89] P.J. Hughes, B.L. Weiss, and H.E. Jackson. Composition and confinement energies of interdiffused AlGaAs/GaAs single quantum well structures. *Semiconductor Science and Technology*, 12(7):808–812, 1997.

- [90] Landolt and Börnstein. *Group III: Condensed Matter, Vol.34: Semiconductors, Subvolume C1*. Springer Verlag, 2002.
- [91] G. Böhne, T. Sure, RG Ulbrich, and W. Schäfer. Phase memory of the electronic polarization in transient nonlinear optical spectra of gallium arsenide at 2 eV. *Physical Review B*, 41(11):7549–7558, 1990.
- [92] F. Jahnke, M. Kira, SW Koch, G. Khitrova, EK Lindmark, TR Nelson Jr, DV Wick, JD Berger, O. Lyngnes, HM Gibbs, et al. Excitonic nonlinearities of semiconductor microcavities in the nonperturbative regime. *Physical review letters*, 77(26):5257–5260, 1996.
- [93] F. Jahnke, M. Kira, and SW Koch. Linear and nonlinear optical properties of excitons in semiconductor quantum wells and microcavities. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, 104(3):559–572, 1997.
- [94] SW Koch, A. Knorr, R. Binder, and M. Lindberg. Microscopic theory of Rabi flopping, photon echo, and resonant pulse propagation in semiconductors. *physica status solidi (b)*, 173(1), 1992.
- [95] Ursula Keller. Recent developments in compact ultrafast lasers. *Nature*, 424(6950):831–838, 2003.
- [96] U. Keller and A.C. Tropper. Passively modelocked surface-emitting semiconductor lasers. *Physics Reports*, 429(2):67–120, 2006.
- [97] R. Paschotta, R. Häring, A. Garnache, S. Hoogland, A.C. Tropper, and U. Keller. Soliton-like pulse-shaping mechanism in passively mode-locked surface-emitting semiconductor lasers. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, 75(4):445–451, 2004.
- [98] K.G. Wilcox, Z. Mihoubi, GJ Daniell, S. Elsmere, A. Quarterman, I. Farrer, D.A. Ritchie, and A. Tropper. Ultrafast optical Stark mode-locked semiconductor laser. *Optics Letters*, 33(23):2797–2799, 2008.
- [99] J.Hader. *gainmain.c - Manual*, 1999.
- [100] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. Numerical recipes in C++.

Publikationen im Rahmen dieser Arbeit

Veröffentlichungen

- E. Kühn, A. Thränhardt, C. Bückers, J. Hader, J.V. Moloney, and S.W. Koch, *Numerical Study of the Influence of an Anti-Reflection Coating on the operating properties of Vertical External Cavity Surface Emitting Lasers*, angenommen bei Journal of Applied Physics
- S. Horst, S. Chatterjee, W. Rühle, P. Brick, W. Diehl, W. Stolz, E. Kühn, A. Thränhardt, S.W. Koch, *Performance changes of a Vertical-External-Cavity Surface-Emitting Laser by an intra-cavity anti-reflex-coating*, phys. stat. sol.(c) **1** 572 (2009)
- E. Kühn, A. Thränhardt, S.W. Koch, W. Stolz, S. Chatterjee, C. Lange, W.W. Rühle, W. Wohlleben, and M. Motzkus, *Influence of chirp on the femtosecond excitation of a semiconductor microcavity laser*, Appl.Phys.Lett.**92** 011107 (2008)

Poster and Vorträge

- E. Kühn, A. Thränhardt, S. Horst, S. Chatterjee, W. Rühle, P. Brick, W. Diehl, W. Stolz, and S.W. Koch, *Influence of an intra-cavity anti-reflection-coating in a Vertical-External-Cavity Surface-Emitting Laser*, Materialforschungstag Mittelhessen (2008).
- E. Kühn, A. Thränhardt, S.W. Koch, W. Stolz, W. Rühle, W. Wohlleben, and M. Motzkus, *Chirp-Dependent Emission of a fs-Pumped Semiconductor Disc Laser*, DPG Frühjahrstagung Berlin (2008).
- E. Kühn, A. Thränhardt, S. Chatterjee, C. Lange, S. Horst, K. Hantke, W. Stolz, W. Rühle, W. Diehl, P. Brick, und S.W. Koch, *Mikroskopische Nichtgleichgewichtssimulationen in Halbleiterlaserstrukturen*, Materialforschungstag Mittelhessen (2007).
- E. Kühn, A. Thränhardt, S. Chatterjee, C. Lange, S. Horst, K. Hantke, W. Stolz, W. Rühle, S.W. Koch, W. Diehl, and P. Brick, *Microscopic Nonequilibrium Simulations in Semiconductor Laser Structures*, CLEO-IQEC (2007).
- S. Chatterjee, W. Wohlleben, C. Lange, M. Motzkus, W. Stolz, A. Thränhardt, E. Kühn, S.W. Koch, and W.W. Rühle, *Optical pumping using chirped pulses of a vertical-cavity surface-emitting laser (VCSEL)*, QELS (2007).
- E. Kühn, A. Thränhardt, S. Chatterjee, C. Lange, P. Brick, W. Diehl, S. Horst, K. Hantke, W. Stolz, W. Rühle, and S.W. Koch, *Nonequilibrium Calculations in Semiconductor Laser Structures*, DPG Frühjahrstagung Regensburg (2007).

- E. Kühn, *Equilibrium and Nonequilibrium Gain Modelling in Semiconductor Lasers*, Seminar des EGC „Electron-Electron Interactions in Solids“ und der Forschergruppe „Metastable Compound Semiconductor Materials and Heterostructures“, Riezlern, 27.08.-2.09.2006.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Insbesondere sei hier mein Doktorvater Stephan Koch genannt, der mich in seine Arbeitsgruppe aufgenommen und meine Arbeit über die Jahre hinweg intensiv betreut hat.

Weiterhin möchte ich Angela Thränhardt dafür danken, dass sie immer mit Rat und Tat zur Seite stand, wenn es mit meinem Thema mal wieder nicht voran ging, und dass sie mir so unendlich viel über Halbleiterlaser beigebracht hat!

Danken möchte ich auch den restlichen Mitgliedern der „Lasergruppe“, Christina, Ada, Sebastian und Bernhardt. Von ihnen habe ich nicht nur viel wertvolle Unterstützung für meine Arbeit bekommen, sondern auch eine Menge über den Tellerrand hinaus gelernt.

Ein herzlicher Dank gebührt PD Dr. habil. Wolfgang Stolz für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Danken möchte ich auch Jörg Hader für die Zusammenarbeit bei den Ratengleichungssimulationen, die auch über die Kontinente hinweg super funktioniert hat. Bei Sangam Chatterjee möchte ich mich zum einen für die Zusammenarbeit beim Chirp bedanken und zum anderen, dass er für jede experimentelle Frage die ich hatte nicht nur ein offenes Ohr, sondern auch eine fundierte Erklärung parat hatte. Ein weiterer Dank gilt Christoph Lange, der mir seine Implementation des Runge-Kutta Algorithmus zur Verfügung gestellt hat und auch sonst in allen Programmierbelangen von unschätzbbarer Hilfe war.

Besonders möchte ich mich bei meinen „alten“ und „neuen“ Bürokameraden, Marco und Martin sowie Daniel, Sebastian und Thomas F. bedanken. Es ist schwer in Worte zu fassen, aber „legendär“ dürfte die richtige Beschreibung für vieles, dass ich in den letzten Jahren hier erlebt habe, sein.

Auch möchte ich mich beim Rest der Arbeitsgruppe bedanken für die tolle Atmosphäre, die in der theoretischen Halbleiterphysik herrscht, und die die manchmal langen und zuweilen auch frustrierenden Tage aufgehellt hat.

Weiterhin möchte ich mich bei meinen Eltern, Annette und Michael Kühn, und meinem Bruder Roland bedanken, die mich immer in meinem Vorhaben zu promovieren, unterstützt haben.

Zu guter Letzt möchte ich mich bei meiner Verlobten Juliane bedanken, dafür dass sie mich all die Jahre unterstützt und ertragen hat, dafür dass sie mir immer wieder auch die nichtphysikalischen Aspekte des Lebens in Erinnerung gerufen hat, und dafür, dass sie es auf sich nehmen möchte, dies auch in Zukunft zu tun!

Wissenschaftlicher Werdegang

Jun. 1999	Erlangung der Allgemeinen Hochschulreife am Gymnasium Lehrte
Okt. 2000 bis Sep. 2005	Studium der Physik (Diplomstudiengang) an der Philipps- Universität Marburg
Okt. 2002	Diplom-Vorprüfung in Physik mit Nebenfach Informatik
Nov. 2004 bis Aug. 2005	Diplomarbeit zum Thema „Nonequilibrium Properties of Semiconductor Photoluminescence“ bei Prof. Dr. Mackillo Kira in der Arbeitsgruppe Theoretische Halbleiterphysik
Sep. 2005	Diplom in Physik mit Nebenfach Kernchemie
seit Okt. 2005	wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Arbeitsgruppe Theoretische Halbleiterphysik, Philipps-Universität Marburg